

CE-003: Estatística II - Turma K/O

Avaliações Semanais (1º semestre 2015)

Semana 3 (av-01)

1. Considere um jogo com um baralho (52 cartas) no qual em uma primeira rodada retira-se duas cartas e em uma segunda rodada retira-se uma carta. O interesse é se as cartas são figuras (valete, dama ou rei) de qualquer naipe. Temos interesse em:

- obter o espaço amostral;
- obter a probabilidade de cada ponto amostral;
- obter a distribuição do número de figuras obtidas nas três cartas.

Deve-se considerar duas situações, com e sem reposição das cartas entre a primeira e a segunda rodada.

Solução:

Notação:

F : a carta é uma figura

$N = \bar{F}$: a carta não é uma figura

- O espaço amostral para as duas situações (com e sem reposição) é o mesmo.

$$\Omega = \{(FF, F); (FF, N); (FN, F); (NF, F); (FN, N); (NF, N); (NN, F); (NN, N)\}$$

- Já as probabilidades são afetadas por repor ou não as cartas

Ponto amostral	(FF,F)	(FF,N)	(FN,F)	(NF,F)	(FN,N)	(NF,N)	(NN,F)	(NN,N)
Com reposição	$\frac{12}{52} \frac{11}{52} \frac{12}{52}$	$\frac{12}{52} \frac{11}{52} \frac{40}{52}$	$\frac{12}{52} \frac{40}{52} \frac{12}{52}$	$\frac{40}{52} \frac{12}{52} \frac{12}{52}$	$\frac{12}{52} \frac{40}{52} \frac{40}{52}$	$\frac{40}{52} \frac{12}{52} \frac{40}{52}$	$\frac{40}{52} \frac{39}{52} \frac{12}{52}$	$\frac{40}{52} \frac{39}{52} \frac{40}{52}$
Sem reposição	$\frac{12}{52} \frac{11}{51} \frac{10}{50}$	$\frac{12}{52} \frac{11}{51} \frac{40}{50}$	$\frac{12}{52} \frac{40}{51} \frac{11}{50}$	$\frac{40}{52} \frac{12}{51} \frac{11}{50}$	$\frac{12}{52} \frac{40}{51} \frac{39}{50}$	$\frac{40}{52} \frac{12}{51} \frac{39}{50}$	$\frac{40}{52} \frac{39}{51} \frac{12}{50}$	$\frac{40}{52} \frac{39}{51} \frac{38}{50}$

•

X : número de figuras obtidas nas três cartas

$$x \in \{0, 1, 2, 3\}$$

Com reposição

x	0	1	2	3
P[X=x]	P[(NN,N)]	P[(FN,N)] + P[(NF,N)] + P[(NN,F)]	P[(FF,N)] + P[(FN,F)] + P[(NF,F)]	P[(FFF)]
	$\frac{40}{52} \frac{39}{52} \frac{40}{52}$	$\frac{12}{52} \frac{40}{52} \frac{40}{52} + \frac{40}{52} \frac{12}{52} \frac{40}{52} + \frac{40}{52} \frac{39}{52} \frac{12}{52}$	$\frac{12}{52} \frac{11}{52} \frac{40}{52} + \frac{12}{52} \frac{40}{52} \frac{12}{52} + \frac{40}{52} \frac{12}{52} \frac{12}{52}$	$\frac{12}{52} \frac{11}{52} \frac{12}{52}$

Sem reposição

x	0	1	2	3
P[X=x]	P[(NN,N)]	P[(FN,N)] + P[(NF,N)] + P[(NN,F)]	P[(FF,N)] + P[(FN,F)] + P[(NF,F)]	P[(FFF)]
	$\frac{40}{52} \frac{39}{51} \frac{38}{50}$	$\frac{12}{52} \frac{40}{51} \frac{39}{50} + \frac{40}{52} \frac{12}{51} \frac{39}{50} + \frac{40}{52} \frac{39}{51} \frac{12}{50}$	$\frac{12}{52} \frac{11}{51} \frac{40}{50} + \frac{12}{52} \frac{40}{51} \frac{11}{50} + \frac{40}{52} \frac{12}{51} \frac{11}{50}$	$\frac{12}{52} \frac{11}{51} \frac{10}{50}$
	0.4471	0.4235	0.1195	0.009955

OBS: no caso sem reposição a v.a. X segue uma distribuição hipergeométrica e as probabilidades podem ser obtidas pela função de probabilidade desta distribuição.

$$X \sim \text{HG}(N = 52, n = 3, k = 12)$$

$$P[X = x] \sim \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$P[X = 0] = \frac{\binom{12}{0} \binom{52-12}{3-0}}{\binom{52}{3}} = 0.4471$$

$$P[X = 1] = \frac{\binom{12}{1} \binom{52-12}{3-1}}{\binom{52}{3}} = 0.4235$$

$$P[X = 2] = \frac{\binom{12}{2} \binom{52-12}{3-2}}{\binom{52}{3}} = 0.1195$$

$$P[X = 3] = \frac{\binom{12}{3} \binom{52-12}{3-3}}{\binom{52}{3}} = 0.009955$$