CE-003: Estatística II - Turma K/O
Avaliações Semanais (1^o semestre 2016)

Semana 2 (av-01)

1. (adaptado de Bussab & Morettin) Três jogadores, A, B e C disputam um torneio de tênis. Inicialmente A joga com B e o vencedor joga com C, e assim por diante. O torneio termina quando um jogador ganha duas vezes em seguida ou quando são disputadas, ao todo, quatro partidas.
   (a) A sequência de jogos que determina o resultado final do torneio pode ser considerada um experimento aleatório? Justifique.
   (b) Quais são os possíveis resultados?
   (c) O torneio é "justo" em relação às chances de vitória dos jogadores mediante a regra proposta?

   Considere agora que, sabendo-se dos restrospectos de resultados dos jogadores e suas classificações em *rankings* tem-se que A vence B com probabilidade de 0,72, vence C com probabilidade de 0,65 e B vence C com probabilidade de 0,38.

   (d) Qual a probabilidade de cada jogador ganhar o torneio?

Solução:

1o Jogo	Vencedor	2o Jogo	Vencedor	3o Jogo	Vencedor	4o Jogo	Vencedor	Campeão	Sequência*	Prob**
A x B	A	A x C	A	-	-	-	-	A	(AA)	1/4
	A	A x C	C	B x C	B	A x B	A	A	(ACBA)	1/16
	A	A x C	C	B x C	B	A x B	B	B	(ACBB)	1/16
	A	A x C	C	B x C	C	-	-	C	(ACC)	1/8
	B	B x C	B	-	-	-	-	B	(BB)	1/4
	B	B x C	C	A x C	A	A x B	A	A	(BCAA)	1/16
	B	B x C	C	A x C	C	A x B	B	B	(BCAB)	1/16
	B	B x C	C	A x C	C	-	-	C	(BCC)	1/8

*Sequência : sequência de vencedores dos jogos torneio

** Probabilidade supondo igualdade entre os competidores em cada jogo

(a) Sim. (justificativas serão analisadas)

(b)

$$\Omega = \{(AA), (ACBA), (ACBB), (ACC), (BB), (BCAA), (BCAB), (ACC)\}$$

(c) O jogo não é honesto pois sob a hipótese de igualdade de condições em cada jogo os jogadores possuem diferentes chances de vencer o torneio.

Vencedor	A	B	C
Sequências	{(AA), (ACBA), (BCAA)}	{(ACBB),(BB),(BCAB)}	{(BCC),(ACC)}
Probabilidade	(1/4)+(1/16)+(1/16)=3/8	(1/16)+(1/4)+(1/16)=3/8	(1/8)+(1/8) = 2/8

(d)

Campeão	Sequência	Probabilidade
A	(AA)	$0,72 \cdot 0,65 = 0.468$
A	(ACBA)	$0,72 \cdot 0,35 \cdot 0,38 \cdot 0,72 = 0.0689$
B	(ACBB)	$0,72 \cdot 0,35 \cdot 0,38 \cdot 0,28 = 0.0268$
B	(ACC)	$0,72 \cdot 0,35 \cdot 0,62 = 0.1562$
B	(BB)	$0,28 \cdot 0,38 = 0.1064$
A	(BCAA)	$0,28 \cdot 0,62 \cdot 0,65 \cdot 0,72 = 0.0812$
B	(BCAB)	$0,28 \cdot 0,62 \cdot 0,65 \cdot 0,28 = 0.0316$
C	(BCC)	$0,28 \cdot 0,62 \cdot 0,35 = 0.0608$

Vencedor	A	B	C
Sequências	{(AA), (ACBA), (BCAA)}	{(ACBB),(BB),(BCAB)}	{(BCC),(ACC)}
Probabilidade	0.6182	0.1648	0.217

1. Uma coleção de 100 programas de computador foi examinada para detectar erros de *"sintaxe"*, *"input/output"* e de *"outro tipo"* diferente dos anteriores. Desses 100 programas, 20 tinham erros de "sintaxe", 10 tinham erros de "input/output" e 5 tinham erros de "outro tipo", 6 tinham erros de "sintaxe" e de "input/output", 3 tinham erros de "sintaxe" e de "outro tipo", 3 tinham erros de "input/output" e de "outro tipo" e 2 tinham os três tipos de erros considerados. Um programa é seleccionado ao acaso desta coleção. Determine a probabilidade de que o programa seleccionado tenha:
   (a) Exclusivamente erros de "sintaxe".
   (b) Pelo menos um dos três tipos de erros

   Solução:
   Notação:

$$\begin{aligned} S &: \text{erro de sintaxe} \\ I &: \text{erro de input/output} \\ O &: \text{erro de outro tipo} \end{aligned}$$

   Dados:

$$\begin{aligned} P[S] = 0,20 \quad &; \quad P[I] = 0,10 \quad ; \quad P[O] = 0,05 \\ P[S \cap I] = 0,06 \quad &; \quad P[S \cap O] = 0,03 \quad ; \quad P[I \cap O] = 0,03 \\ P[S \cap I \cap O] = 0,02 & \end{aligned}$$

   (a) $P[S] - P[(S \cap I) \cup (S \cap O)] = P[S] - \{P[(S \cap I)] + (S \cap O)] - P[S \cap I \cap O]\} =$
   $= 0,20 - 0,06 - 0,03 + 0,02 = 0,13$
   (b) $P[S \cup I \cup O] = P[S] + P[I] + P[O] - P[S \cap I] - P[S \cap O] - P[I \cap O] + P[S \cap I \cap O] =$
   $= 0,20 + 0,10 + 0,05 - 0,06 - 0,03 - 0,03 + 0,02 = 0,25$

---

2. Suponha que 5% de uma população sofre de hipertensão e que, de entre estes, 75% ingerem bebidas alcoólicas. De entre os que não são hipertensos 50% ingerem bebidas alcoólicas. Suponha que um indivíduo é escolhido ao acaso da população.
   (a) Calcule a probabilidade de o indivíduo escolhido ingerir bebidas alcoólicas.
   (b) Sabendo que o indivíduo escolhido ingere bebidas alcoólicas, calcule a probabilidade de sofrer de hipertensão.

   Solução:
   Notação:

$$H : \text{indivíduo é hipertenso} \quad \overline{H} : \text{indivíduo não é hipertenso}$$
$$A : \text{indivíduo ingere bebida alcólica} \quad \overline{H} : \text{indivíduo não ingere bebida alcólica}$$

   Dados:

$$P[H] = 0,05 \quad , \quad P[A|H] = 0,75 \quad , \quad P[A|\overline{H}] = 0,50$$

   Portanto

$$P[\overline{H}] = 1 - P[H] = 0,95$$

   (a) $P[A] = P[A \cap H] + P[A \cap \overline{H}] = P[A|H] \cdot P[H] + P[A|\overline{H}] \cdot P[\overline{H}] = 0,75 \cdot 0,05 + 0,50 * 0,95 = 0.5125$
   (b) $P[H|A] = \frac{P[H \cap A]}{P[A]} = \frac{P[A|H] \cdot [H]}{P[A]} = \frac{0,75 \cdot 0.05}{0.5125} = 0.0732$

   Observação: o problema poderia ser organizado e resolvido utilizando uma tabela 2×2:

	H	$\overline{H}$	
A	$P[A \cap H] = 0.0375$	$P[A \cap \overline{H}] = 0.475$	$P[A] = 0.5125$
$\overline{A}$	$P[\overline{A} \cap H] = 0.0125$	$P[\overline{A} \cap \overline{H}] = 0.475$	$P[\overline{A}] = 0.4875$
	$P[H] = 0,05$	$P[\overline{H}] = 0,95$	1

---

3. Registos efetuados levaram a concluir que os motoristas que circulam em determinada estrada podem ter transgressões classificadas em dois tipos ditas do tipo I ou do tipo II, não se notando nenhum caso em que o motorista cometa ambas as transgressões. Por cada 500 motoristas multados há 100 motoristas multados por transgressões do tipo I. Sabendo que 10% dos motoristas que cometem transgressões do tipo I são multados; que 1% cometem transgressões do tipo I e que 2% cometem transgressões do tipo II, calcule a probabilidade de que um motorista que circule nessa estrada e cometa uma transgressão do tipo II seja multado.

Solução:
Notação:

I : transgressão do tipo I ; II : transgressão do tipo II ; 0 : sem transgressão
M : motorista recebe multa ; $\overline{M}$: motorista não recebe multa

Dados:

$$\begin{aligned} P[I \cap II] &= 0 \\ P[I|M] &= 100/500 = 0,20 \\ P[M|I] &= 0,10 \\ P[I] &= 0,01 \text{ e } P[II] = 0,02 \end{aligned}$$

Queremos calcular $P[M|II]$.
A partir dos dados temos que:

$$\begin{aligned} P[II|M] &= 1 - P[1|M] = 0,80 \\ P[M|I] \cdot P[I] &= 0,10 \cdot 0,01 = 0,001 \end{aligned}$$

Podemos obter $P[M]$:

$$\begin{aligned} P[I|M] &= 0,20 \\ \frac{P[M \cap I]}{P[M]} &= 0,20 \\ \frac{0,001}{P[M]} &= 0,20 \\ P[M] &= 0,005 \end{aligned}$$

Como $P[M] = P[M \cap I] + P[M \cap II]$ temos que

$$\begin{aligned} P[M \cap II] &= 0,004 \\ P[M|II] \cdot P[II] &= 0,004 \\ P[M|II] &= 0,004/0,02 = 0,20 \end{aligned}$$

Alternativamente, o problema pode ser esquamatizado na tabela:

	0	I	II	
M	$P[0 \cap M] = 0$	$P[I \cap M] = 0,001$	$P[II \cap M] = 0,004$	$0,005$
$\overline{M}$	$P[0 \cap \overline{M}] = 0,97$	$P[I \cap \overline{M}] = 0,009$	$P[II \cap \overline{M}] = 0,016$	$0,995$
	$P[0] = 0,97$	$P[I] = 0,01$	$P[II] = 0,02$	1

Semana 4 (av-03)

Um estudante vai fazer um teste no qual cada questão tem cinco alternativas das quais apenas uma é correta. Nos dois contextos a seguir defina a variável aleatória, seus possíveis valores, sua distribuição de probabilidades e calcule a probabilidade pedida, supondo-se acerto ao acaso (ou seja, o estudante "chuta" todas as questões).

1. **Contexto 1:** O estudante vai fazer cinco questões e deseja-se a probabilidade de acertar três ou mais questões.
2. **Contexto 2:** As questões são apresentadas sequencialmente e o teste se encerra quando o estudante erra alguma questão. Qual a probabilidade do estudante acertar três ou mais questões.

Itens extras discutidos em sala:

3. **Contexto 3:** Considere o mesmo que no **Contexto 2:**, só que encerrando quando erra a *terceira* questão.
4. **Contexto 4:** Considere que há um banco de 30 questões das quais o estudante sabe 10. Selecionam-se cinco questões e deseja-se saber a probabilidade de mais que três acertos.

Solução:

1. **Contexto 1:**

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de acertos em cinco questões}\\
&x \in \{0,1,2,3,4,5\}\\
&X \sim \mathrm{B}(n=4, p=1/5)\\
P[X=x] = &\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}\\
&p : \text{probabilidade de acertar cada questão (“sucesso”)}\\
P[X \geq 3] = &P[X=3] + P[X=4] + P[X=5] =\\
&= \binom{5}{3} 0,2^3 (1-0,2)^{5-3} + \binom{5}{4} 0,2^4 (1-0,2)^{5-4} + \binom{5}{5} 0,2^5 (1-0,2)^{5-5} = 0.0579
\end{aligned}$$

2. **Contexto 2:**

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de acertos até o primeiro erro}\\
&x \in \{0,1,2,3,\ldots\}\\
&X \sim \mathrm{G}(n=4, p=4/5)\\
P[X=x] = &(1-p)^x p\\
&p : \text{probabilidade de errar a questão (“sucesso”)}\\
P[X \geq 3] = &1 - (P[X=0] + P[X=1] + P[X=2]) = 1 - (0,2^0 0,8 + 0,2^1 0,8 + 0,2^2 0,8) = 0.008
\end{aligned}$$

3. **Contexto 3:**

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de acertos até o terceiro erro}\\
&x \in \{0,1,2,3,\ldots\}\\
&X \sim \mathrm{BN}(k=3, p=4/5)\\
P[X=x] = &\binom{x+k-1}{x} (1-p)^x p\\
&p : \text{probabilidade de errar a questão (“sucesso”)}\\
P[X \geq 3] = &1 - (P[X=0] + P[X=1] + P[X=2]) =\\
&= 1 - (\binom{2}{0} 0,2^0 0,8 + \binom{3}{1} 0,2^1 0,8 + \binom{4}{2} 0,2^2 0,8) = 0.0579
\end{aligned}$$

4. **Contexto 4:**

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de acertos em cinco questões sorteadas}\\
&x \in \{0,1,2,3,4,5\}\\
&X \sim \mathrm{HG}(N=30, K=10, n=5)\\
P[X=x] = &\frac{\binom{k}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}\\
P[X \geq 3] = &P[X=3] + P[X=4] + P[X=5] =\\
&= \frac{\binom{10}{3}\binom{20}{2}}{\binom{30}{5}} + \frac{\binom{10}{4}\binom{20}{1}}{\binom{30}{5}} + \frac{\binom{10}{5}\binom{20}{5}}{\binom{30}{0}} = 0.1912
\end{aligned}$$

Soluções computacionais (linguagem R):

```
> pa <- pbinom(2, size=5, prob=1/5, lower=FALSE)
> pb <- pgeom(2, prob=4/5, lower=FALSE)
> pc <- pnbinom(2, size=3, prob=4/5, lower=FALSE)
> pd <- phyper(2, m=10, n=20, k=5, lower=FALSE)
```

Semana 5 (av-04)

1. Considere que serão feitas inspeções em veículos em uma determinada área para identificar e orientar a correção de irregularidades. Supõe-se que os veículos inspecionados são escolhidos ao acaso. Considere os diferentes cenários descritos em cada um dos itens a seguir, identifique a variável aleatória em questão, seus possíveis valores, sua distribuição de probabilidades e responda à questão formulada.

(a) Em um lote de 50 veículos sabe-se que 8 deles possuem alguma irregularidade. Serão inspecionados sete veículos. Qual a probabilidade de encontrar mais de um com alguma irregularidade?

(b) Sabendo que 15% dos veículos na área apresentam irregularidade, serão inspecionados veículos até que seja encontrado o segundo com irregularidade. Qual a probabilidade de que sejam feitas no máximo cinco inspeções?

(c) A partir de experiências anteriores sabe-se que são encontrados, em média, 1,8 carros irregulares por hora de inspeção. Qual a probabilidade de que em uma hora não seja encontrado nenhum carro irregular? E qual a probabilidade de que sejam encontrados exatamente cinco irregulares em duas horas de inspeção? (supondo ainda que 15% dos carros da região são irregulares)

(d) A partir de um certo momento decide-se que a inspeção vai terminar quando for encontrado o próximo veículo irregular. Qual a probabilidade de que a partir deste momento sejam ainda inspecionados três ou mais carros?

(e) Um inspetor vai inspecionar sete carros. Qual a probabilidade de que encontre mais que um irregular? (supondo ainda que 15% dos carros da região são irregulares)

Solução:

(a) **Contexto 1:**

$$
\begin{aligned}
& X : \text{número veículos com irregularidade (dentre os sete selecionados)} \\
& x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\
& X \sim \text{HG}(N = 200, K = 30, n = 7) \\
P[X = x] &= \frac{\binom{k}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} \\
P[X > 1] &= P[X = 2] + P[X = 3] + \ldots P[X = 7] = 1 - \{P[X = 0] + P[X = 1]\} \\
&= 1 - \left\{ \frac{\binom{8}{0}\binom{42}{7}}{\binom{50}{7}} + \frac{\binom{8}{1}\binom{42}{6}}{\binom{50}{7}} \right\} = 0.3098
\end{aligned}
$$

(b) **Contexto 2:**

$$
\begin{aligned}
& Y : \text{número de inspeções até o segundo irregular} \\
& y \in \{2, 3, 4, 5, \ldots\} \\
& X : \text{número de regulares até o segundo irregular} \\
& x \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\} \\
& X \sim \text{BN}(k = 2, p = 0,15) \\
P[X = x] &= \binom{x + k - 1}{x} p^k (1 - p)^x \\
& p : \text{probabilidade de encontrar um veículo irregular (“sucesso”)} \\
P[Y \leq 5] = P[X \leq 3] &= P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3] = \\
&= \binom{1}{0} 0,15^2 0,85^0 + \binom{2}{1} 0,15^2 0,85^1 + \binom{3}{2} 0,15^2 0,85^2 + \binom{4}{1} 0,15^2 0,85^3 = 0.7765
\end{aligned}
$$

(c) **Contexto 3:**

$$
\begin{aligned}
& X_1 : \text{número de irregulares por hora} \\
& x_1 \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\} \\
& X_1 \sim \text{P}(\lambda = 1,8) \\
P[X = x] &= \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \\
P[X_1 = 0] &= \frac{e^{-1,8} 1,8^0}{0!} = 0.1653 \\
& X_2 : \text{número de irregulares por período de duas (2) horas} \\
& x_2 \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\} \\
& X_2 \sim \text{P}(\lambda = 2 \cdot 1,8 = 3,6) \\
P[X_2 = 5] &= \frac{e^{-3,6} 3,6^5}{5!} = 0.1377
\end{aligned}
$$

(d) **Contexto 4:**

$$\begin{aligned}
&Y : \text{número de inspeções até o próximo irregular} \\
&y \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\} \\
&X : \text{número de regulares até o próximo irregular} \\
&x \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\} \\
&X \sim \mathrm{G}(p = 0,15) \\
P[X = x] &= (1-p)^x p \\
&p : \text{probabilidade de encontrar um veículo irregular (“sucesso”)} \\
P[Y \geq 3] = P[X \geq 2] &= 1 - \{P[X = 0] + P[X = 1]\} = \\
&= 1 - \left\{0,15 \cdot 0,85^0 + 0,15 \cdot 0,85^1\right\} = 0.7225
\end{aligned}$$

(e) **Contexto 5:**

$$\begin{aligned}
&X : \text{número de irregulares em sete (7) inspeções} \\
P[X = x] = &\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \\
&p : \text{probabilidade de acertar cada questão (“sucesso”)}
\end{aligned}$$

$$P[X > 1] = 1 - \{P[X = 0] + P[X = 1]\} = 1 - \left\{\binom{5}{0} 0,15^0 (1 - 0,15)^{7-0} + \binom{5}{1} 0,15^1 (1 - 0,15)^{7-1}\right\} = 0.2834$$

Soluções computacionais (linguagem R):

```
> pa <- phyper(1, m=8, n=42, k=7, lower=FALSE)
> pb <- pnbinom(4, size=2, prob=0.15, lower=FALSE)
> pc1 <- dpois(0, lambda=1.8)
> pc2 <- dpois(5, lambda=2*1.8)
> pd <- pgeom(1, prob=0.15, lower=FALSE)
> pe <- pbinom(1, size=7, prob=0.15, lower=FALSE)
```

Semana 6 (av-05)

1. Uma determinada indústria classifica ovos como: XL acima de 73 g, L 63 a 73 g, M 53 a 63 g, S abaixo de 53 g. Suponha que um produtor produza ovos cujos tamanhos (pesos) são descritos pela seguinte função de densidade de probabilidades:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-48)}{12k} & \text{se } 48 \leq x < 60 \\ -\frac{(x-78)}{18k} & \text{se } 60 \leq x \leq 78 \\ 0 & \text{se } x < 48 \text{ ou } x > 78 \end{cases}$$

(a) Qual o valor de k ?

(b) Qual a proporção de ovos que deve ser produzida em cada classificação?

(c) Se o produtor recebe R$ 0,05 por ovo S, R$ 0,10 por ovo M, R$ 0,12 por ovo L e R$ 0,18 por ovo XL, quanto deve receber em um lote de 10.000 ovos?

(d) Qual o tamanho (peso) mediano dos ovos?

(e) Forneça a expressão da distribuição acumulada $F(x)$.

(f) Qual o tamanho (peso) para o qual apenas 20% dos ovos estão acima dele?

Solução:

(a) $k = 15$

(b) Pode-se resolver de três formas diferentes: geometricamente (áreas dos polígonos indicados na figura), integrando-se $f(x)$ ou avaliando-se e fazendo as diferenças dos valores de $F(x)$ nos pontos que definem as classificações.

$$\begin{aligned}
&C : \text{valor por ovo} \\
&c \in \{0,05; 0,10; 0,12; 0,18\}
\end{aligned}$$

c_i	$0,05$	$0,10$	$0,12$	$0,18$
$P[C = c_i]$	$P[X < 53] =$ 0.0694	$P[53 \leq X < 63] =$ 0.5139	$P[63 \leq X \leq 73] =$ 0.3704	$P[X > 73] =$ 0.0463

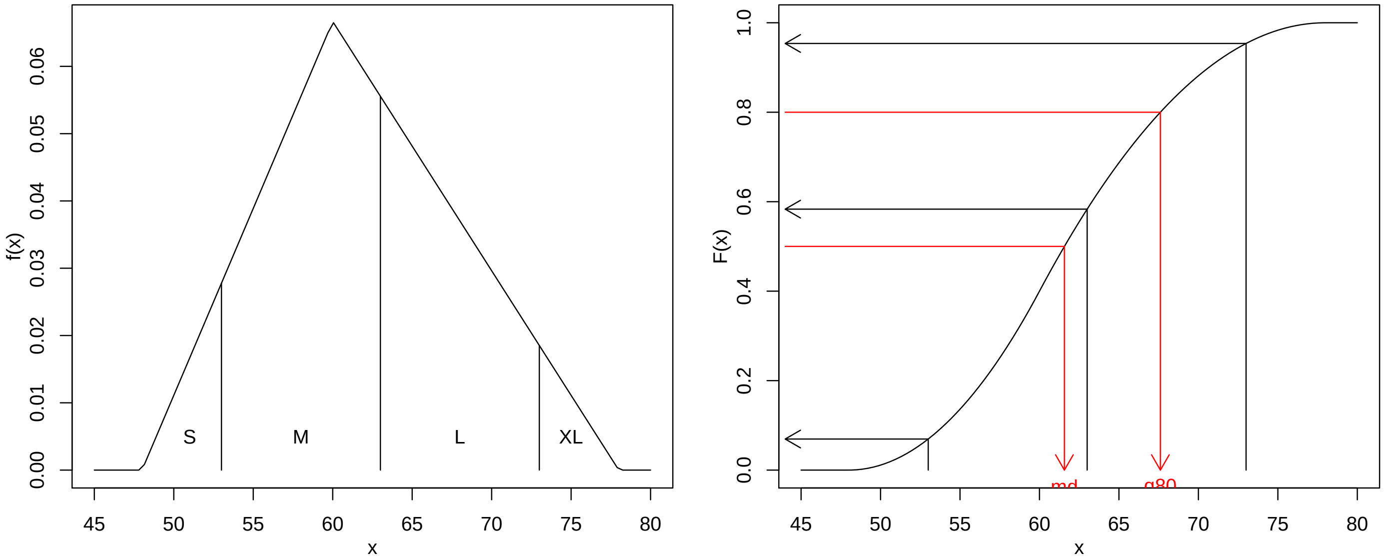

Figura 1: Funções de distribuição de probabilidades ($f(x)$) e acumulada ($F(x)$) do problema. Segmentos e setas são as soluções de alguns dos items do problema.

(c) $10,000 \cdot E[C] = 10,000 \cdot 0.10764 = 1076.4$

(d) $md : \int_{md}^{78} f(x)dx = 0,5 \longrightarrow md = 61.6$

(e)

$$F(x) = \int_{48}^{x} f(x)dx = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 48 \\ \frac{1}{180}\left[\frac{(x^2-48^2)}{2} - 48(x-48)\right] & \text{se } 48 \leq x < 60 \\ 0,4 - \frac{1}{270}\left[\frac{(x^2-60^2)}{2} - 78(x-60)\right] & \text{se } 60 \leq x < 78 \\ 1 & \text{se } x > 78 \end{cases}$$

(f) $q_{0,80} : \int_{q_{0,80}}^{78} f(x)dx = 0,20 \longrightarrow q_{0,80} = 67.6$

Soluções computacionais (linguagem R):

```
> ## definindo f(x)
> ddist <- function(x){
+     y <- numeric(length(x))
+     y[x >= 48 & x < 60] <- (x[x >= 48 & x < 60]-48)/180
+     y[x >= 60 & x < 78] <- -(x[x >= 60 & x < 78]-78)/270
+     return(y)
+ }
> ## definindo F(x)
> pdist <- function(x){
+     y <- numeric(length(x))
+     ind <- x >= 48 & x < 60
+     y[ind] <- ((x[ind]^2-48^2)/2 - 48*(x[ind]-48))/180
+     ind <- x >= 60 & x < 78
+     y[ind] <- 0.4 - ((x[ind]^2-60^2)/2 - 78*(x[ind]-60))/270
+     y[x >= 78] <- 1
+     return(y)
+ }
> ## definindo F^{-1}(x)
> qdist <- function(q){
+     uniroot(function(x) pdist(x) - q, interval=c(48,78))$root
+ }
> ## b) Proporções em cada classe
> ## integrando f(x)
> integrate(ddist, 48, 53)$value

[1] 0.06944

> integrate(ddist, 53, 63)$value

[1] 0.5139

> integrate(ddist, 63, 73)$value
```

```
[1] 0.3704

> integrate(ddist, 73, 78)$value

[1] 0.0463

> ## utilizando F(x)
> (PC <- diff(pdist(c(48,53,63,73,78))))

[1] 0.06944 0.51389 0.37037 0.04630

> ## c) Valor médio por ovo
> (EC <- drop(crossprod(c(0.05, 0.10, 0.12, 0.18), PC)))

[1] 0.1076

> ## d) mediana
> (md <- qdist(0.5))

[1] 61.57

> ## f) quantil 0,80
> (q80 <- qdist(0.8))

[1] 67.61

> ## Gráficos
> par(mfrow=c(1,2), mar=c(3.5,3.5,1,1), mgp=c(2,1,0))
> curve(ddist, from=45, to=80, ylab="f(x)")
> segments(c(53,63,73), 0, c(53,63,73), ddist(c(53,63,73)))
> text(c(51, 58, 68, 75), 0.005, c("S","M","L","XL"))
> curve(pdist, from=45, to=80, ylab="F(x)")
> segments(c(53,63,73), 0, c(53,63,73), pdist(c(53,63,73)))
> arrows(c(53,63,73), pdist(c(53,63,73)), 44, pdist(c(53,63,73)), length=0.15)
> segments(44, 0.5,md, 0.5, col=2)
> arrows(md, 0.5, md,0, length=0.15, col=2)
> text(md, 0, "md", pos=1, col=2)
> segments(44, 0.8, q80, 0.8, col=2)
> arrows(q80, 0.8, q80,0, length=0.15, col=2)
> text(q80, 0, expression(q80), pos=1, col=2)
```
