

Exercício variável aleatória discreta

- 1) Considere que uma Universidade Federal possui 10.000 estudantes, e considere a V. A. X : número de aprovações que o aluno teve no período passado. A frequência absoluta está apresentada na tabela abaixo. Responda:
- Encontre a função de probabilidade de X .
 - Qual a probabilidade de um aluno selecionado ao acaso ser aprovado em até 4 disciplinas?
 - Qual o valor esperado de aprovações por aluno?
 - Qual a variância do número de aprovações por aluno?
 - Qual o desvio padrão do número de aprovações por aluno?

X	2	3	4	5	6
Freq	800	2000	4000	2800	400

Exercício variável aleatória discreta

a) Encontre a função de probabilidade de X .

X	2	3	4	5	6	Total
Freq	800	2000	4000	2800	400	10.000
$P(X=x)$	0,08	0,2	0,4	0,28	0,04	1

Exercício variável aleatória discreta

b) Qual a probabilidade de um aluno selecionado ao acaso ser aprovado em até 4 disciplinas?

X	2	3	4	5	6	Total
Freq	800	2000	4000	2800	400	10.000
P(X=x)	0,08	0,2	0,4	0,28	0,04	1

$$P(X \leq 4) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 0,08 + 0,2 + 0,4 = 0,68$$

Exercício variável aleatória discreta

c) Qual o valor esperado de aprovações por aluno?

$$E(X) = 2 \times 0,08 + 3 \times 0,2 + 4 \times 0,4 + 5 \times 0,28 + 6 \times 0,04 = 4 \text{ aprovações}$$

X	2	3	4	5	6	Total
Freq	800	2000	4000	2800	400	10.000
P(X=x)	0,08	0,2	0,4	0,28	0,04	1
x•P(x)	0,16	0,6	1,6	1,4	0,24	4

Exercício variável aleatória discreta

d) Qual a variância do número de aprovações por aluno?

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 16,96 - 4^2 = 0,96$$

X	2	3	4	5	6	Total
Freq	800	2000	4000	2800	400	10.000
P(X=x)	0,08	0,2	0,4	0,28	0,04	1
$x^2 \cdot P(x)$	0,32	1,8	6,4	7	1,44	16,96

Exercício variável aleatória discreta

e) Qual o desvio padrão do número de aprovações por aluno?

$$DP(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,96} = 0,98$$

Exercícios

distribuição binomial

- 1) Discuta a validade do modelo Binomial nos seguintes casos:
 - a) Dos alunos de uma grande universidade, sorteia-se cinco ao acaso e conta-se quantos se declaram usuários de drogas?
 - b) Escolhemos 20 lâmpadas ao acaso na prateleira de um supermercado, sendo 10 de uma fábrica e 10 de outra. Contamos o número total de defeituosas.
 - c) Quinze automóveis 0 km de uma mesma marca e tipo são submetidos a um teste antipoluição e contamos o número deles que passaram no teste.
 - d) Um motorista é submetido a um teste em que deve estacionar seu veículo num pequeno espaço. Em 10 tentativas, contamos o número de vezes em que o motorista estacionou corretamente.

- 2) A probabilidade de ocorrência de turbulência em um determinado percurso a ser feito por uma aeronave é de 0,4 num circuito diário. Seja X o número de vôos com turbulência num total de 7 desses vôos (ou seja, uma semana de trabalho). Qual a probabilidade de que:
- a) Não haja turbulência em nenhum dos 7 vôos?
 - b) Haja turbulência em pelo menos 3 deles?
 - c) X esteja entre $E(X) - DP(X)$ e $E(X) + DP(X)$?
 - d) Num total de 5 semanas, tenha havido duas delas com turbulência em pelo menos 3 dias?

2) A probabilidade de ocorrência de turbulência em um determinado percurso a ser feito por uma aeronave é de 0,4 num circuito diário. Seja X o número de vôos com turbulência num total de 7 desses vôos (ou seja, uma semana de trabalho). Qual a probabilidade de que:

a) Não haja turbulência em nenhum dos 7 vôos? $P(X=0)=0,6^7=$ **0,0280**

b) Haja turbulência em pelo menos 3 deles? $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] = 1 - [0,6^7 + 7 \times 0,4 \times 0,6^6 + 21 \times 0,4^2 \times 0,6^5] =$ **0,580**.

c) X esteja entre $E(X) - DP(X)$ e $E(X) + DP(X)$?

$$E(X) = 7 \times 0,4 = 2,8 \quad \text{Var}(X) = 7 \times 0,4 \times 0,6 = 1,68 \quad DP(X) = \sqrt{1,68} = 1,296$$

$$P(2,8 - 1,296 < X < 2,8 + 1,296) = P(1,504 < X < 4,096) = P(2 \leq X \leq 4) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 21 \times 0,4^2 \times 0,6^5 + 35 \times 0,4^3 \times 0,6^4 + 35 \times 0,4^4 \times 0,6^3 =$$
 0,745.

d) Num total de 5 semanas, tenha havido duas delas com turbulência em pelo menos 3 dias?

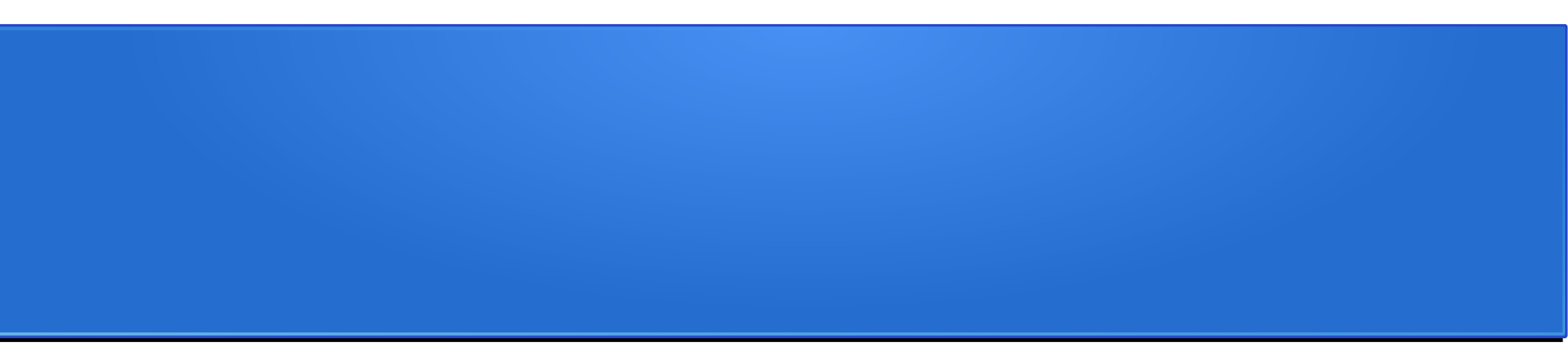
Seja Y = número de semanas entre as 5 nas quais houve turbulência em pelo menos 3 dias.

$$\text{Então } Y \text{ é Binomial}(5; 0,580). P(Y = 2) = 10 \times 0,580^2(1 - 0,580)^3 =$$
 0,249.

Exercícios

distribuição normal

- 1) Doentes sofrendo de certa moléstia são submetidos a um tratamento intensivo cujo tempo de cura foi modelado por uma densidade Normal de média 15 e desvio padrão 2 (em dias).
 - a) Calcule a proporção de pacientes que demorarão mais de 17 dias para se recuperar.
 - b) Calcule a probabilidade um paciente selecionado ao acaso demorar menos de 20 dias para se recuperar.
 - c) Qual o tempo máximo necessário para a recuperação de 25% dos pacientes?
 - d) Se 100 pacientes forem escolhidos ao acaso, qual seria o número esperado de doentes curados em menos de 11 dias?



2) Uma enchedora automática de refrigerantes está regulada para que o volume médio de líquido em cada garrafa seja de 1000 cm^3 e desvio padrão de 10 m^3 . Admita que o volume siga uma distribuição normal.

a) Qual é a porcentagem de garrafas em que o volume de líquido é menor que 990 cm^3 ?

b) Qual é a porcentagem de garrafas em que o volume de líquido não se desvia da média em mais do que dois desvios padrões?

c) Se 10 garrafas são selecionadas ao acaso, qual é a probabilidade de que, no máximo, 4 tenham volume de líquido superior a 1002 cm^3 ?