

# *Introdução à Probabilidade*

Silvia Shimakura  
silvia.shimakura@ufpr.br

Material inspirado no curso “Ensino da Estatística”  
por Lisbeth Cordani (IME-USP)

---

---

# Probabilidade

- **Como definir probabilidade?**

É uma medida que quantifica a sua incerteza frente a um possível acontecimento futuro.

- **Como quantificar esta incerteza?**

**Visão clássica:** relaciona eventos favoráveis com eventos possíveis.

**Visão frequentista:** baseada em repetições de um experimento um grande número de vezes, sob condições semelhantes.

**Visão subjetiva:** baseada na opinião pessoal.

---

---

# Problema

- Um pacote de balas de leite contém 85 balas claras e 15 balas escuras.
- Enfio a mão no pacote e retiro uma bala ao acaso.
- Qual é a probabilidade de selecionar uma bala clara?

# *Visão clássica de probabilidade*

- Se um evento pode ocorrer de  $A$  maneiras e pode não ocorrer de  $B$  maneiras
  - Se todas as possíveis maneiras são igualmente prováveis
  - Probabilidade de  $A$  é  $A/(A+B)$
  - Probabilidade de  $B$  é  $B/(A+B)$
  
  - Ex: *se existem 100 balas num pacote com 85 balas claras então a probabilidade de retirar uma bala clara é  $85/100=0,85$*
- 
-

# *Visão frequentista de probabilidade*

- Pode-se definir probabilidade como o limite da frequência relativa de ocorrência do evento quando aumentamos o número de sorteios
  - Suponha que balas sejam sorteadas com reposição do pacote e as cores sejam anotadas
  - Após um grande número de sorteios, espera-se obter uma frequência relativa de balas claras de aproximadamente 0,85
- 
-

# *Vamos trabalhar com a definição frequentista de probabilidade*

- Peguem uma moeda do próprio bolso – olhem bem e digam se é honesta ou não!
- Como você poderia sugerir caminhos para buscar uma resposta?



# Exemplo

- C: Cara    O: Coroa

Resultado	C	C	C	O	C	O	O	O	O	O	O	C
Frequência acumulada de Caras	1	2	2	2	2	3	3	3	4	5	6	7
Número de lançamentos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Freq. Relativa de Coroas	0/1	0/2	0/3	1/4	1/5	2/6	3/7	4/8	5/9	6/10	7/11	7/12
%	0	0	0	25	20	33,3	42,8	50	55,5	60	63,6	58,3

# *Matemática x Probabilidade x Estatística*

- **Sentença matemática (SM)**

*“Todos os números primos são ímpares.”*

- **Sentença probabilística (SP)**

*“A probabilidade de se obter uma bala de leite clara num pacote com 100 balas sendo 85 claras é 0,85.”*

- **Sentença estatística (SE)**

*“Dois sorteios com reposição de duas balas do pacote resultou em duas balas claras, então todas as balas do pacote são claras.”*

---

---



# *Analizando as sentenças*

- **SM é falsa:** basta um único contra-exemplo para que ela possa ser considerada falsa. Não há dúvida sobre a falsidade da sentença.
  - **SP é verdadeira:** se existem 100 balas no pacote com 85 balas claras então a probabilidade de retirar uma bala clara é  $85/100=0,85$ . Não há nenhum risco em declarar que a sentença é verdadeira.
  - **SE é .....**
- 
-

# *Sentença Estatística*

- Não se pode dizer com certeza se é verdadeira ou falsa. Para cada resposta que se dê, corre-se um **risco de errar**.
  - Quantas vezes terei que sortear uma bala para não correr risco nenhum? Não há como não correr riscos!
  - O risco pode até diminuir à medida que se aumenta o número de sorteios, **mas nunca será zero**.
- 
-

# Sorteios independentes com reposição

Assuma que a proporção de balas claras é 0,85  
 $P(\text{Sortear bala clara})=P(C)=0,85$

Número de sorteios	Um dos resultados possíveis	Probabilidade
2	2 claras (CC)	$0,85 \times 0,85 = 0,72$
3	3 claras (CCC)	$0,85 \times 0,85 \times 0,85 = 0,61$
4	4 claras (CCCC)	$0,85 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,85 = 0,52$
5	5 claras (CCCCC)	$0,85 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,85 = 0,44$
6	6 claras (CCCCCC)	$0,85 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,85 \times 0,85 = 0,38$
...	...	...

## *Em estatística...*

- As conclusões são sempre tomadas com um certo risco que é quantificado com auxílio da **Teoria de Probabilidades**.



# Teoria x Prática

- Meu técnico disse que minha chance de ganhar uma corrida é 10% (1 em 10).
  - Como esta é a minha 10a corrida e não ganhei nas outras 9, já podemos comemorar pois é certo que ganharei esta!!!
  - Importante diferenciar o que é definido na **teoria** (probabilidade) e o resultado **prático** (estatística).
- 
-

# Propriedades de probabilidade

- Probabilidade varia entre 0 e 1. Quando o evento nunca acontece a probabilidade é 0, quando sempre acontece a probabilidade é 1.

- Para dois eventos A e B quaisquer, a probabilidade de que A ou B ocorra:

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ e } B)$$

- Se A e B são mutuamente exclusivos, ou seja, quando um ocorre o outro não pode ocorrer. A probabilidade de que A ou B ocorra é a soma das probabilidades.

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

---

---

# Probabilidade condicional

- É a probabilidade de B dado que A ocorreu.

Notação:  $P(B|A)$

- Se A e B **não são independentes**, então

$$P(A \text{ e } B) = P(A) P(B|A)$$

e

$$P(B|A) = P(A \text{ e } B) / P(A)$$

- Se A e B **são independentes**, então

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \text{ e } B) = P(A) P(B)$$



# Exemplo: Distribuição de peso e pressão arterial

Pressão arterial	Peso			Total
	Excesso	Normal	Deficiente	
Elevada	0,10	0,08	0,02	0,2
Normal	0,15	0,45	0,20	0,8
Total	0,25	0,53	0,22	1

- Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso naquele grupo ter pressão elevada?
- Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso naquele grupo ter pressão elevada e excesso de peso?
- Diante da informação de que a pessoa tem excesso de peso, qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter pressão elevada?



## *Exemplo: Distribuição de peso e pressão arterial (cont.)*

- Pressão arterial e peso são variáveis independentes?
- Peso em excesso e pressão arterial normal são eventos mutuamente exclusivos?

