

ARTIGO 2. KRIGAGEM E INVERSO DO QUADRADO DA DISTÂNCIA PARA INTERPOLAÇÃO DOS PARÂMETROS DA EQUAÇÃO DE CHUVAS INTENSAS

Análise conceitual de dados

1. Estrutura de dados:

X_i : coordenadas das 140 estações meteorológicas do estado de São Paulo, em uma rede irregular

I_i : intensidade de chuva de cada estação

TR: tempo de retorno

td: tempo de duração da chuva

K, a, B, C: parâmetros de ajuste

2. Processo subjacente: Estimar a intensidade da chuva utilizando a equação de chuva intensa para determinação de vazões de cheia nas obras hidráulicas.

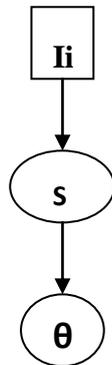
3. Objetivo científica: Comparar os dois métodos mais exatos (Krigagem e o Inverso do quadrado da distância) para interpolação dos parâmetros da equação de chuva intensa.

4. Variável: I

Covariáveis: K, a, B e C

MODELO POSSIVEL:

$$I_i \sim N(s(x), \tau^2)$$



Onde $s(x)$ é o processo genérico para área toda amostrado e θ são os parâmetros.

RESUMO

O conhecimento da chuva de áreas num projeto de engenharia é essencial para o êxito do mesmo, mas quando está ligado a obras hidráulicas, tanto do ponto de vista técnico quanto econômico. Para realizar a estimativa da chuva intensa é utilizada a equação de chuvas intensas, como também para estimação de seus parâmetros, trabalha-se com uma regressão múltipla não-linear utilizando-se séries históricas de dados de chuvas máximas com vários tempos de duração extraídas de pluviogramas cotados.

Quando não se dispõe desta informação, tanto pluviométricas quanto pluviográficas, autores sugerem trabalhar com métodos que determinam uma média ponderada dos parâmetros da equação de chuvas intensas pelo inverso da distância, geralmente com o quadrado da distância, obtendo-se uma equação de chuvas intensas para locais desprovidos de dados pluviométricos, utilizando dados de estações meteorológicas adjacentes.

Outros autores fizeram uma abordagem geral de métodos utilizados para interpolação espacial de parâmetros em diferentes áreas de pesquisa (ciência do solo, ecologia, engenharia florestal, hidrologia e meteorologia), destacando-se a krigagem (ou interpolação geoestatística) como um preditor em potencial de inúmeros parâmetros nestas áreas.

Inumeráveis pesquisas foram feitas com os métodos de interpolação, mas os pesquisadores concluíram que os métodos krigagem e inverso do quadrado da distância sobressaíram em relação a polígonos de Thiessen, splines cúbicas e inverso da distância com expoentes 1, 3 e 4. Porém quanto, os autores não estabeleceram qual dos dois métodos citados poderia produzir maior precisão.

Autores citam as bondades dos dois interpoladores, krigagem por sua parte, está embasada em duas premissas: não-tendenciosidade do estimador e variância mínima das estimativas, além disso, quando se trabalha considerando a dependência espacial, podem-se reduzir os erros aleatórios pelo controle de parcela deste erro associada à dependência espacial e para adoção do inverso do quadrado da distância, sua única base teórica talvez seja sua semelhança com a Lei de Gravitação Universal e Lei de Coulomb (Força e Campo Elétrico), ambas com enfraquecimento diretamente proporcional ao inverso da distância.

Contudo o anterior, os objetivos deste trabalho foram a determinação da existência de dependência espacial dos parâmetros da equação de chuvas intensas e no caso de dependência espacial, comparar as interpolações pelos métodos: krigagem geoestatística e inverso do quadrado da distância.

A equação de chuvas intensas utilizada no estudo foi:

$$I = \frac{K \cdot TR^a}{(td + B)^c}$$

De Righetto, 1998.

I: intensidade da precipitação (L T-1)
 TR: tempo de retorno (anos)
 td: tempo de duração da chuva (T)
 K, a, B e C: parâmetros de ajuste, adimensional

Os dados trabalhados foram de precipitação máxima em diferentes tempos de duração, constituindo-se séries históricas, ajustaram-se os parâmetros citados por meio de regressão múltipla não-linear.

Foram empregadas informações de equações de chuvas intensas e respectiva localização geográfica de 140 estações meteorológicas do estado de São Paulo, ajustadas com base em série histórica de dados pluviográficos, por meio do programa Plúvio 1.3.

Destas 140 estações, 126 foram empregadas para o estudo de dependência espacial dos parâmetros por meio de semivariograma experimental isotrópico a partir da expressão:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \cdot \sum_{i=1}^{n(h)} [Z(s+h) - Z(s)]^2$$

Donde, Z(s) e Z(s + h) são pares de valores medidos em locais afastados entre si da distância h e N(h), o número desses pares para cada h.

Ao semivariograma experimental foi ajustado o modelo exponencial (K, B e C) e esférico (a), respectivamente definidos:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-3 \cdot h}{a}\right) \right] \text{ para } 0 < h < a$$

e

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \cdot \left[1,5 \cdot \left(\frac{h}{a}\right) - 0,5 \cdot \left(\frac{h}{a}\right)^3 \right] \text{ para } 0 < h < a$$

$\gamma(h)$: semivariância

h: distância máxima em que o semivariograma é definido

Co: efeito pepita (ponto de interseção da curva com o eixo y)

C1: patamar - Co

a: alcance do semivariograma (distância na qual se detecta dependência espacial)

Modelos ajustados por meio do programa Variowin.

O interpolador geoestatístico krigagem, apresentou a seguinte seqüência de cálculos:

$$[A]^{-1} \cdot [b] = [\lambda]$$

[A]⁻¹: matriz inversa de semivariância entre as localidades da vizinhança de um ponto, determinada pelo modelo de semivariograma com base nas distâncias euclidianas entre as localidades

[b]: matriz de semivariância entre as localidades vizinhas (com a variável estimada) e o ponto para o qual a variável será interpolada, também determinado pelo modelo de semivariograma, com base nas distâncias entre as localidades vizinhas e o ponto a ser interpolado

[λ]: matriz de pesos de krigagem

$$X_p = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot X_i$$

X_p: variável interpolada

λ_i: peso da i-ésima localidade vizinha

X_i: valor da variável para a i-ésima localidade

n: número de localidades vizinhas empregadas para interpolação do ponto.

A interpolação utilizando o inverso do quadrado da distância foi feita da seguinte forma:

$$X_p = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^2} \cdot X_i \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{d_i^2} \right)}$$

X_p: variável interpolada

X_i: valor da variável da i-ésima localidade vizinha

d_i: distância euclidiana entre o i-ésimo ponto de vizinhança e o ponto amostrado

No estudo, foram trabalhadas as 6 estações mais próximas da localidade a ser interpolada, considerando as localidades que estivessem dentro do raio do alcance espacial obtido por cada parâmetro.

Para análise de erros, foram utilizadas as 14 estações meteorológicas restantes (das 140 iniciais) com os valores dos parâmetros da equação de chuvas intensas estimadas com base em série histórica de dados pluviográficos, o que permitiu a comparação entre os dois métodos de interpolação. Assim, foram estimadas chuvas intensas para o tempo de retorno de 5, 10, 15, 20, 50, 75 e 100 anos e tempos de duração de 10, 30, 60, 120, 240, 360, 720, 1.440, 2.160 e 2.880 minutos (48 horas).

Os erros foram calculados da seguinte forma:

$$e = \frac{|V_R - V_P|}{V_P} \cdot 100$$
$$e_m = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n}$$

VR: valor da variável real

VP: valor da variável predita;

E: erro da i-ésima observação (%);

Em: erro médio (%);

n: número de situações avaliadas (os 10 tempos de duração e 7 tempos de retorno, listados anteriormente, totalizando 70 observações)

Também foram comparados os métodos de interpolação para os tempos de retorno e os tempos de duração, visualizando o comportamento dos valores dos erros em cada um deles.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

1-Avaliação da dependência espacial dos parâmetros da equação de chuvas intensas:

No quadro 1, apresentam os valores médios e os coeficientes de variação (CV) para os quatro parâmetros da equação de chuvas intensas.

Quadro 1. Valores médios e coeficientes de variação dos parâmetros da equação de chuvas intensas para as 126 estações meteorológicas avaliadas

Parâmetro	CV	Média (adimensional)
	%	
<i>K</i>	32,9	1520,328
<i>a</i>	16,1	0,136
<i>B</i>	32,3	19,048
<i>C</i>	10,9	0,793

Observou-se que os parâmetros *K* e *B* apresentaram elevados CV, acima de 30 %, mostrando alta variabilidade. Para os parâmetros *a* e *C*, os coeficientes de variação encontrados foram consideravelmente menores, sendo de 16,1 e 10,9 %, respectivamente.

Na figura 1, mostra os semivariogramas ajustados para cada um dos parâmetros e os respectivos modelos:

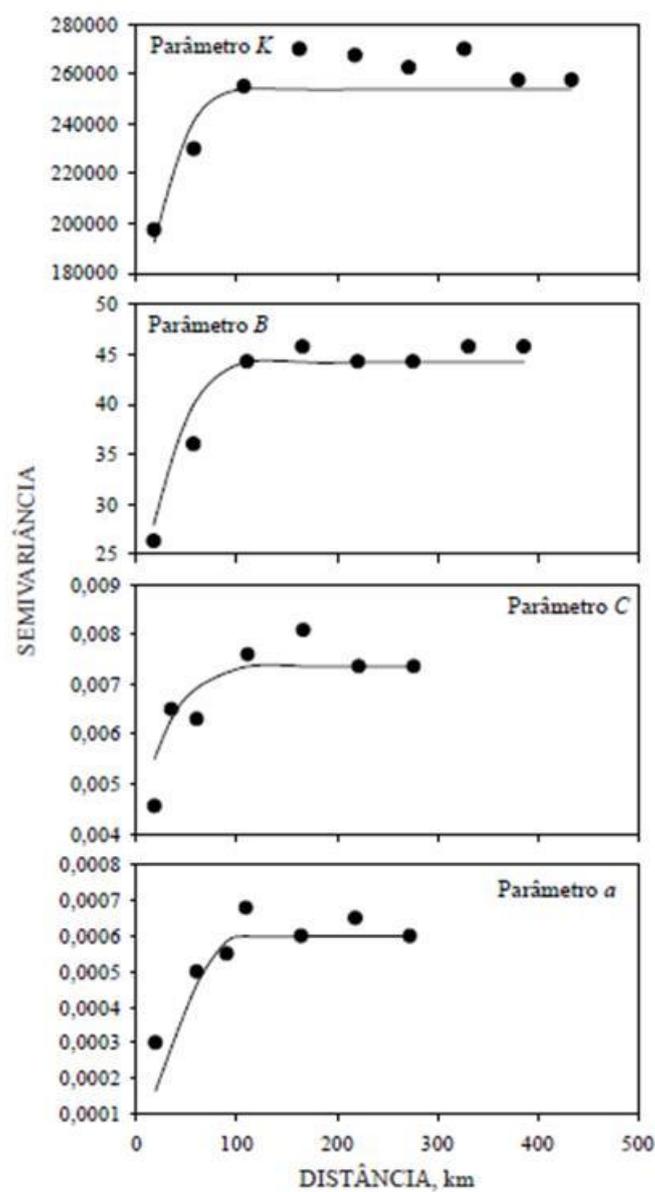


Figura 1. Semivariogramas dos parâmetros K , B , C e a da equação de chuvas intensas.

MODELOS:

$$\gamma(h) = 140.000 + 120.000 \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-3 \cdot h}{93.074}\right) \right]$$

$$\gamma(h) = 15,37 + 29,15 \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-3 \cdot h}{92.400}\right) \right]$$

$$\gamma(h) = 0,004 + 0,0034 \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-3 \cdot h}{92.400}\right) \right]$$

$$\gamma(h) = 0,0006 \cdot \left[1,5 \cdot \left(\frac{h}{103.600}\right) - 0,5 \cdot \left(\frac{h}{103.600}\right)^3 \right]$$

Com os bons resultados obtidos no estudo, fico claro que o uso do interpolador geostatístico pode ser aplicado de maneira confiável. Os alcances encontrados ficaram próximos uns dos outros, na faixa de 90 a 100 km, além, outros estudos mostraram resultados similares, reforçando a estrutura de dependência espacial que há para os parâmetros estudados, seja vista a forte relação entre eles e a chuva máxima diária.

2-Avaliação dos erros produzidos pelos métodos de interpolação:

No quadro 2, mostra os valores interpolados pelos métodos inverso do quadrado da distância e krigagem para os quatro parâmetros da equação de chuvas intensas, bem como o valor estimado com base em séries históricas de precipitação máxima diária, para efeito de comparação.

Quadro 2. Valores interpolados pelos métodos estudados (K_{IQD} e K_{krig} , a_{IQD} e a_{krig} , B_{IQD} e B_{krig} , C_{IQD} e C_{krig}) e medidos (K_{Real} , a_{Real} , B_{Real} e C_{Real}) para os parâmetros de equações de chuvas intensas para as 14 estações do estado de São Paulo utilizadas para o estudo de erros

Cidade	K_{IQD}	K_{krig}	K_{Real}	a_{IQD}	a_{krig}	a_{Real}	B_{IQD}	B_{krig}	B_{Real}	C_{IQD}	C_{krig}	C_{Real}
Boituva	1609,9	1569,2	1999,6	0,131	0,128	0,186	20,56	20,34	17,79	0,819	0,810	0,881
Botucatu	1403,1	1401,0	1405,8	0,119	0,134	0,139	23,04	22,50	18,37	0,752	0,756	0,787
Caçapava	1188,7	1277,7	2000,0	0,134	0,135	0,115	10,04	9,46	24,99	0,799	0,801	0,852
Cubatão	776,6	769,7	695,2	0,153	0,140	0,126	22,90	18,56	8,73	0,639	0,633	0,607
Dourado	1800,4	1815,7	1999,7	0,122	0,126	0,149	21,98	22,35	22,48	0,835	0,836	0,849
Guarujá	1112,3	1123,0	1349,3	0,135	0,130	0,155	18,84	20,23	23,95	0,696	0,695	0,757
Itanhaém	1467,6	1457,6	1733,3	0,123	0,114	0,124	17,41	17,50	25,00	0,786	0,783	0,816
Itaporanga	1220,9	1208,4	500,02	0,139	0,132	0,155	18,06	18,88	16,91	0,720	0,701	0,525
Itirapina	1928,8	1898,7	1999,6	0,169	0,175	0,152	13,93	15,39	24,34	0,877	0,867	0,850
Lins	1385,2	1429,3	2000,0	0,131	0,131	0,108	20,38	20,41	21,02	0,752	0,762	0,860
Martinópolis	1409,9	1410,1	2000,0	0,132	0,132	0,136	23,41	23,16	24,66	0,760	0,765	0,856
Paranapanema	1572,5	1661,9	1232,7	0,126	0,134	0,130	19,16	19,79	16,87	0,799	0,817	0,768
Pedro Toledo	1520,4	1348,0	1215,6	0,136	0,129	0,166	21,03	20,17	25,00	0,776	0,737	0,709
Piçacatu	1390,8	1347,5	1995,4	0,141	0,135	0,099	20,98	20,96	25,00	0,758	0,753	0,818

IQD = Inverso do Quadrado da Distância; K_{krig} = Krigagem.

Os parâmetros não podem ser analisados individualmente, porque a aplicação da equação de chuvas intensas é uma combinação de todos os parâmetros, e a chuva intensa gerada pela equação deve ser considerada como um todo, além disso, interpolar um parâmetro por um método, resultando com boa precisão e outro parâmetro por outro método, a combinação dessas precisões afeta diretamente a estimativa final da chuva intensa.

No entanto, pode-se observar que a interpolação do parâmetro a não apresenta grandes diferenças entre os métodos, isto associado ao fato de que a estrutura de dependência espacial do parâmetro a não apresenta as mesmas qualidades produzidas pelos ajustes dos demais parâmetros.

No quadro 3, encontram-se as 14 estações meteorológicas testadas com suas respectivas vizinhanças e os erros médios gerados para chuvas intensas pelos métodos de interpolação.

Quadro 3. Estações meteorológicas (coluna Cidade) testadas, bem como as vizinhanças empregadas em cada uma delas, e erros médios proporcionados pelos métodos de interpolação

Cidade	Estação 1	Estação 2	Estação 3	Estação 4	Estação 5	Estação 6	EqD	Ekrig
Boituva	Itú	Elias Fausto	Piracicaba	Vinhedo	Tapiraí	Cosmópolis	10,5	11,5
Botucatu 2	Botucatu 1	Itatinga	Santa M. Serra	Guareí	Barra Bonita	Tatuí	27,8	28,4
Caçapava	Taubaté	Santa Branca	S. José dos Campos	São Bento do Sapucaí	Salesópolis	Aparecida	8,4	6,4
Cubatão 2	Santo André	Cubatão 1	Mauá	S. Bernardo do Campo	Mogi das Cruzes	Biritiba Mirim	6,9	6,0
Dourado	Araraquara	Boracéia	Barra Bonita	Santa M. Serra	Itajú	Matão	9,7	8,6
Guarujá	Cubatão	Santo André	S. Bernardo do Campo	Mauá	Mogi das Cruzes	Biritiba Mirim	13,9	13,1
Itanhaém	Itariri	Juquitiba	Itapeçerica da Serra	Cubatão	S. Bernardo do Campo	Santo André	5,5	3,8
Itaporanga	Itararé	Timburi	Pirajú	Buri	Águas Santa Bárbara	Aplai	26,7	23,1
Itirapina 2	Itirapina 1	Piracicaba	Leme	São Carlos	Mogi Guaçu	Cosmópolis	12,9	9,1
Lins	Júlio Mesquita	Reginópolis	Barbosa	Queirós	Mundo Novo (Graça)	Ibitinga	41,0	37,0
Martinópolis	Rancharia	Pres. Bernardes	Lutécia	Queirós	Guararapes	Barbosa	23,6	20,2
Paranapanema	Itatinga	Buri	Guareí	Botucatu 1	Pirajú	Tatuí	4,4	5,2
Pedro Toledo	Juquitiba	Itariri	Itapeçerica da Serra	Cotia	Tapiraí	Ibitina	20,2	13,4
Piacatu	Guararapes	Queirós	Rancharia	Lavinia	Barbosa	Lutécia	15,3	13,0

IQD = Inverso do Quadrado da Distância; Krig. = krigagem; Botucatu 1 = Estação Botucatu; Botucatu 2 = Estação Bairro Anhúmas; Cubatão 1 = Estação Piaçaguera; Cubatão 2 = Estação Terceiro Plano da Serra Nova; Itirapina 1 = Estação Visconde de Rio Claro; Itirapina 2 = Estação Graúna; a distância entre as estações e a respectiva cidade aumenta no sentido de 1 para 6.

Para as estações de Lins, Itaporanga e Botucatu 2, os erros médios foram elevados, acima de 23 %, proporcionados por ambos os métodos, com a krigagem apresentando o menor valor para as duas primeiras estações. Para as demais, os erros proporcionados pelos métodos foram baixos o suficiente para avaliar que ambos os métodos apresentam boa exatidão. Foi ressaltado que a krigagem promoveu menores erros em 11 das 14 estações avaliadas e, em alguns casos, como Pedro de Toledo, a melhoria na interpolação foi substancial.

Na figura 2, destacam-se a relação entre erros de estimativa da chuva intensa e os tempos de duração e retorno das chuvas proporcionados pelos métodos de interpolação para as estações climatológicas de Botucatu 2, Boituva e Paranapanema.

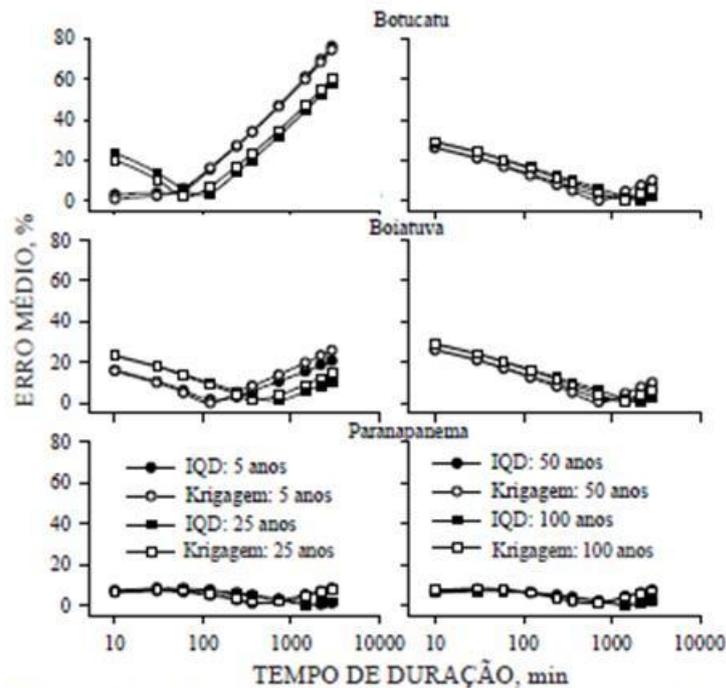


Figura 2. Relação entre erro das interpolações dos parâmetros de equações de chuvas intensas por krigagem e IQD com tempos de duração e de retorno para as localidades de Botucatu, Boituva e Paranapanema.

O IQD mostrou menores valores de erros médios que a krigagem, mais em algumas situações a krigagem também mostrou menores valores de erros médios para estas estações analisadas.

Na figura 3, podem-se avaliar os erros proporcionados pelos métodos de interpolação para as estações de Cubatão e Itaporanga. Para ambas as localidades, a krigagem proporcionou os menores erros médios (Quadro 2).

A figura 4 apresenta o comportamento dos erros para as estações das cidades de Itirapina e Caçapava. Observa-se semelhança entre os erros para ambas as localidades, com desempenho superior da krigagem para tempos de duração da precipitação superiores a 100 min, para Itirapina, e superiores a 60 min para Caçapava.

Na figura 5, apresentam os erros para as estações de Dourado e Itanhaém, que geraram duas situações distintas, apesar de ambas terem produzido um erro menor na krigagem em relação a IQD para todas as situações de tempo de duração e tempo de retorno. Notam-se, nas duas localidades, os erros máximos foram semelhantes, 15 % para o IQD, e 13 % para krigagem (Quadro 2).

Pela figura 6, pode-se verificar o comportamento dos erros para as demais estações testadas.

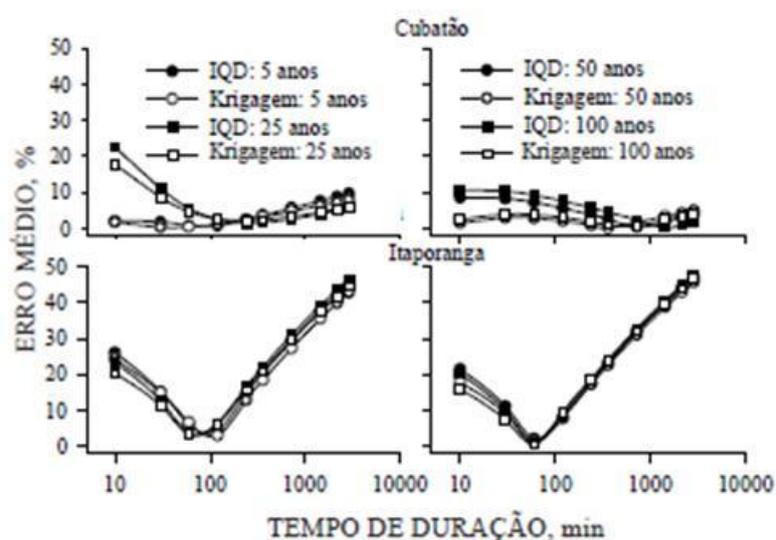


Figura 3. Relação entre erro das interpolações dos parâmetros de equações de chuvas intensas por krigagem e IQD com tempos de duração e de retorno para as localidades de Cubatão e Itaporanga.

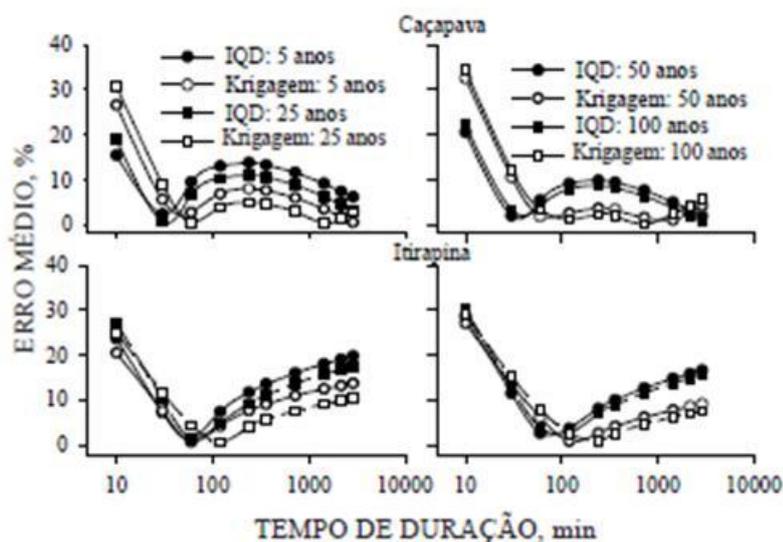


Figura 4. Relação entre erro das interpolações dos parâmetros de equações de chuvas intensas por krigagem e IQD com tempos de duração e de retorno para as localidades de Itirapina e Caçapava.

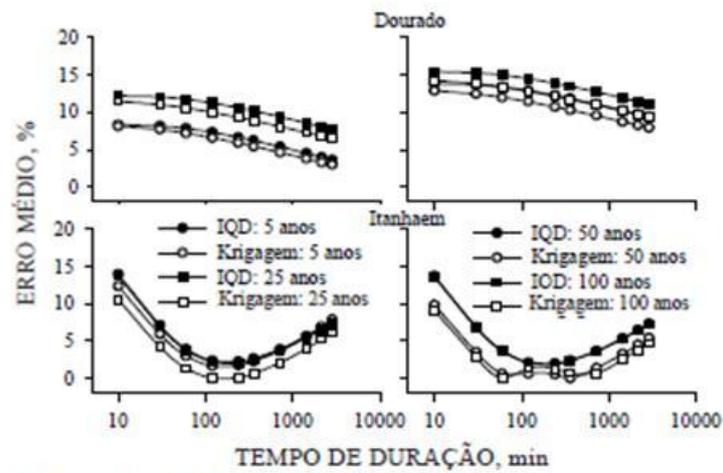


Figura 5. Relação entre erro das interpolações de parâmetros de equações de chuvas intensas por krigagem e IQD com tempos de duração e de retorno para as localidades de Dourado e Itanhaém.

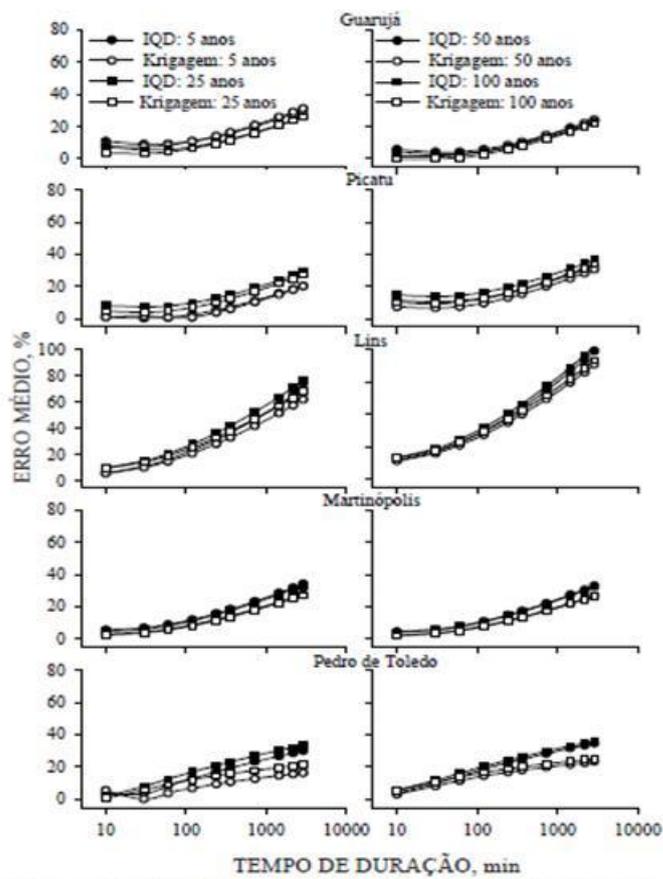


Figura 6. Relação entre erro das interpolações dos parâmetros de equações de chuvas intensas por krigagem e IQD com tempos de duração e de retorno para as localidades de Guarujá, Piacatu, Lins, Martinópolis e Pedro de Toledo.

Estas estão compondo a mesma figura por terem apresentado, como características comuns: a krigagem sempre com os menores erros, independentemente de tempo de duração e tempo de retorno e tendência de aumento dos erros à medida que o tempo de duração aumenta.

Em geral, o método de interpolação geoestatístico mostrou melhor desempenho, produzindo os menores erros, mesmo assim, quando o inverso do quadrado da distância propiciou menores erros médios. Foi observada uma predominância da krigagem, em especial para intervalos de tempo de retorno e tempo de duração típica de projetos hidráulicos em pequenas bacias.

No entanto, os autores sugerem melhorar as técnicas de programação computacional para poder utilizar a krigagem, pois ele precisa de cálculos mais complexos e com ajuda dos sistemas de informação geográfica, fornecer programas computacionais para o mapeamento da chuva intensa e reduzir os erros da estimativa da mesma.

CONCLUSÕES

Os autores concluíram:

1. Os parâmetros da equação de chuvas intensas apresentaram dependência espacial, com bom ajuste dos modelos exponencial (K , B e C) e esférico (a).
2. Embora ambos os métodos testados tenham apresentado baixos erros médios, a krigagem foi o método que propiciou os menores erros de interpolação dos parâmetros.

Para este estudo, também, os autores, ajustaram os modelos, exponencial para os parâmetros K , B e C e esférico, para o parâmetro a , no semivariograma experimental. Mais eles não explicam as razões pelas quais utilizaram estes modelos para o ajuste, modelos que não são recomendados para a utilização da geoestatística, pois a superfície espacial não é bem diferenciável, como foi discutido na sala de aula.