

Estudo com simulação: influência de observações discrepantes em análise geoestatística

Adrielle Giaretta Biase¹
Iábita Fabiana de Sousa²
Paulo Justiniano Ribeiro Júnior³

1 Motivação e objetivo

O estudo desse trabalho veio motivado pelo fato de deparar com um bancos de dados com observações aberrantes ou discrepantes na disciplina de Geoestatística (Departamento de Ciências Exatas - São Paulo - ESALQ/USP). Observações discrepantes influenciam os valores das estimativas dos modelos estatísticos e mudam a decisão das hipóteses a serem tomadas. Em Geoestatística a qualidade dos mapas depende da qualidade das inferências dos ajustes. Portanto, para que a interpolação produza previsões confiáveis e representem a real variabilidade local, a modelagem deve ser feita com muita cautela, principalmente na presença de pontos discrepantes ou influentes.

O objetivo desse estudo foi avaliar a influência de dados discrepantes na estimativa dos parâmetros que definem a estrutura de dependência espacial, quando ainda ressalta a presença de normalidade nos dados e nos resíduos dos modelos ajustados. Assim comparou o comportamento dos resultados da análise de geoestatística na ausência e presença de pontos discrepantes.

2 Metodologia

Os conjuntos de dados foram simulados usando a função *set.seed* e *grf* do pacote da *geoR*. Nesse estudo foram simulados diferentes conjuntos *geodata* considerando diferentes dependências espaciais, isto é, fixando o alcance, ϕ , em 0,10, 0,50, 0,70 e 0,90. Foi considerado o modelo exponencial nas simulações com média e a variância, μ e σ^2 , fixados respectivamente em 10 e 1 (para facilitar o caso de transformações logaritmas quando aplicada a potência ótima de Box-Cox, uma vez que para valores não positivos a função logaritmo não se aplica). Não foi considerada nenhum grau de anisotropia e a malha usada na simulação foi a regular de dimensão 1 por 1. Foram simulados 100 valores aleatórios dentro das malhas. Para cada conjunto de dados simulados, um dos pontos do conjunto foi substituído por um ponto discrepante.

¹ESALQ/USP - e-mail: adrielegbiase@usp.br

²ESALQ/USP - e-mail: iabita.fabiana@gmail.com

³UFPR - e-mail: paulojus@c3sl.ufpr.br

As análises geoestatísticas foram feitas para cada conjuntos de dados simulados, com a ausência do ponto discrepante e com a inserção intencional do ponto discrepante, para efeitos de comparação. Optou-se fazer a troca de um dos pontos simulados pelo ponto discrepante, na posição (0,0) da malha em todos os casos simulados.

A influência de *outlier* afeta drasticamente a normalidade e variância do conjunto de dados, no entanto, foram aplicado o teste de Shapiro-Wilk para testar a normalidade dos dados e a análise gráfica de box-plot numa análise preliminar antecedente a análise espacial. Após ajustar o modelo espacial, testou-se também normalidade nos resíduos e realizou-se a análise gráfica de box-plot para verificar o comportamento de pontos discrepantes nos resíduos.

O gride usado para realizar a krigagem, foi composto de 2.500 pontos (50×50), formando uma malha quadrangular igualmente espaçada com distância de 0.02 entre os pontos. Em seguida, a krigagem foi realizada, considerando cada um dos conjuntos de dados simulados considerando a presença e a ausência dos pontos discrepantes inseridos no conjunto.

Toda a programação é apresentada no Apêndice A.

3 Resultados

Para cada ajuste de modelos foram usadas as funções *variog*, *eyefit*, *likfit* e *krige.conv* da *geoR*. Tanto no ajuste do *eyefit* quanto na função *likfit* foi usado o modelo exponencial.

3.1 Simulação $\phi = 0,10$, $\mu = 10$ e $\sigma^2 = 1$, modelo exponencial

Na Figura 1 são apresentados os gráficos box-plot como análise descritiva e verificação de pontos discrepantes no conjunto de dados, quando considerou-se fraca dependência espacial, ϕ igual a 0,10. Na Tabela 1 é mostrada a estatística e o Valor p do teste de Shapiro-Wilk para testar a normalidade para os dois conjuntos de dados considerados (com a ausência e a presença do ponto discrepante).

Tabela 1 Teste de normalidade Shapiro-Wilk para os dados simulados considerando baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,10).

	Característica	Teste de normalidade Shapiro-Wilk	
		W	Valor p
ponto discrepante	ausência	0.992	0.8232
	presença	0.9796	0.1231

Na Figura 2 são apresentados os variogramas. Os variogramas são usados apenas como uma ferramenta de análise exploratória e não como base para uma inferência formal, utilizou-se também da técnica do envelope de variogramas empíricos computados de permutações aleatórias, para uma análise exploratória sobre a dependência espacial. Resultados mais consistentes para essas inferências foi utilizado o método da máxima verossimilhança.

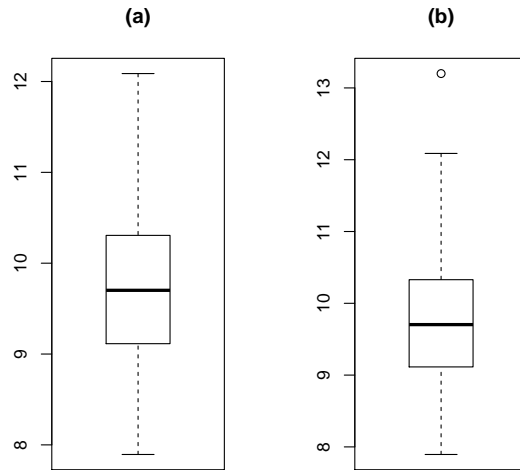


Figura 1 Box Plot para dados simulados com baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,10), (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

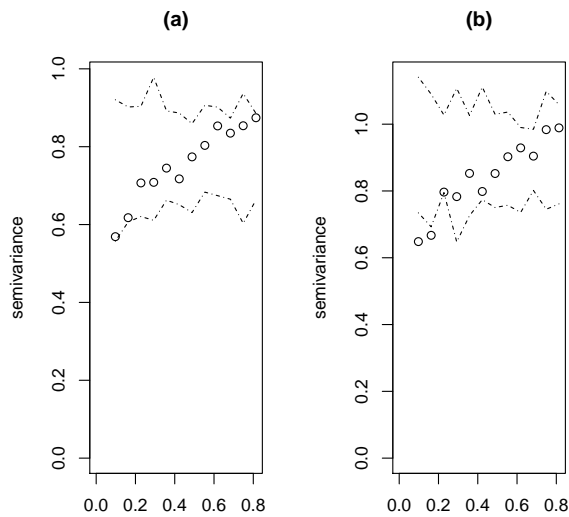


Figura 2 Variograma para os dados simulados com baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,10), (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

Na Tabela 2 é apresentada as estimativas dos parâmetros do modelo ajustado para os dois conjuntos de dados. O valor do Critério de Informação de Akaike (AIC), também é apresentado nessa tabela. Observa-se que os valores estimados dos parâmetros obtido pelos dados originais aproximam-se dos verdadeiro valores usados para simular. No entanto, quando comparado com os valores estimados na presença de um ponto discrepante, nota-se que os parâmetros foram subestimados. O valor do AIC confirma que para o modelo sem pontos influentes é melhor.

Tabela 2 Estimativas obtidas por máxima verossimilhança para os parâmetros considerando fraca dependência espacial (ϕ igual a 0,10), modelo exponencial.

	Característica	Parâmetros estimados				AIC
		β_0	σ^2	ϕ	τ^2	
ponto discrepante	ausência	9.7248	0.5384	0.1112	0.2256	252.4
	presença	1.0644	2×10^{-4}	0.0867	0.0000	264.4

Realizou-se a análise residual testando a normalidade do resíduo de cada modelo com base no teste de normalidade de Shapiro-Wilk, usando a transformação de Box-Cox quando necessário. Os resultados da estatística, o Valor p e o λ (potência ótima de Box-Cox) são apresentados na Tabela 3. Observa-se que mesmo inserindo o ponto discrepante nos dados e aplicando a transformação Box-Cox nos resíduos foi possível satisfazer a suposição de normalidade, porém, nota-se pontos influentes nos resíduos (Figura 3 (b)).

Tabela 3 Teste de normalidade Shapiro-Wilk testados nos resíduos dos modelos quando simulados o conjunto de dados considerando baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,10).

	Característica	Teste de normalidade Shapiro-Wilk		Box-Cox
		W	Valor p	λ
ponto discrepante	ausência	0,9928	0,8744	1
	presença	0,9958	0,9909	-0,7878

A Figura 3 são apresentados os resultados dos gráficos de box-plot para os resíduos dos modelos, quando considerou-se fraca dependência espacial, ϕ igual a 0,10, considerando o modelo com os dados originais da simulação e o modelo em que foi inserido intencionalmente o ponto discrepante no conjunto.

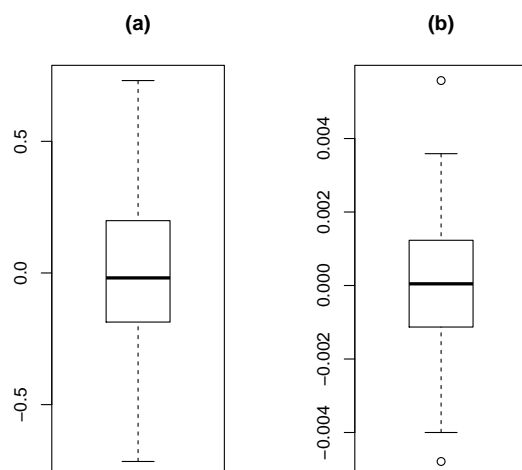


Figura 3 Box Plot dos resíduos dos modelos apresentados na Tabela 2, (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

Antes de realizar a krigagem é apresentado primeiramente o gride, em que foi inseridos 2.500 pontos (50×50), considerando uma malha quadrangular igualmente espaçada com distância de 0.02 entre os pontos, Figura 4. O resultado da krigagem para os dois modelos cujas as estimativas foram apresentadas na Tabela 2 são apresentados respectivamente pelas Figuras 5 e 6. Nesse mapa percebe-se claramente o efeito causado quando existe a presença de pontos discrepantes no conjunto de dados.

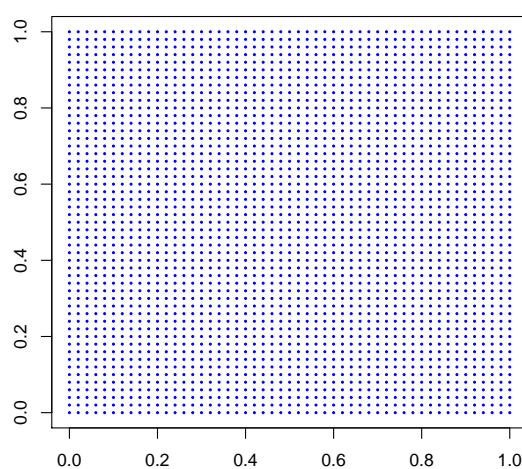


Figura 4 Grid para predição.

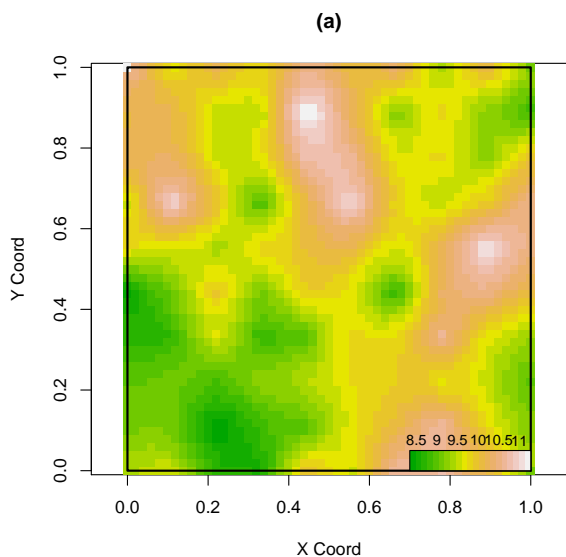


Figura 5 Krigagem dados da simulação original (ϕ igual a 0,10).

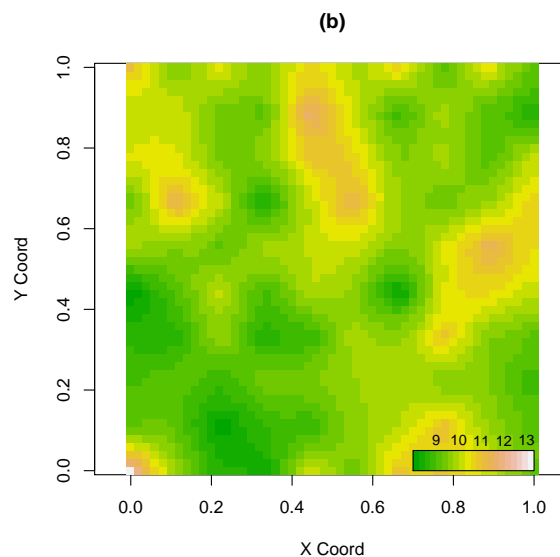


Figura 6 Krigagem com a inserção intencional do ponto discrepante (ϕ igual a 0,10).

3.2 Simulação $\phi = 0,50$, $\mu = 10$ e $\sigma^2 = 1$, modelo exponencial

Na Figura 7 são apresentados os gráficos box-plot como análise descritiva e verificação de pontos discrepantes no conjunto de dados, quando considerou dependência espacial média, ϕ igual a 0,50. Na Tabela 4 é mostrada a estatística e o Valor p do teste de Shapiro-Wilk para testar a normalidade para os dois conjuntos de dados considerados (com a ausência e a presença do ponto discrepante).

Tabela 4 Teste de normalidade Shapiro-Wilk para os dados simulados considerando dependência espacial média (ϕ igual a 0,50).

	Característica	Teste de normalidade Shapiro-Wilk	
		W	Valor p
ponto discrepante	ausência	0.9873	0.4612
	presença	0.9859	0.3667

Na Figura 8 são apresentados os variogramas para os dados simulados com dependência espacial média (ϕ igual a 0,50), em que a Figura do lado esquerdo, (a), representa os dados originais da simulação com ausência de ponto discrepante e a Figura do lado direito, (b), representa o conjunto cujo foi inserido de forma intencional o ponto discrepante.

Na Tabela 5 é apresentada as estimativas dos parâmetros do modelo ajustado para os dois conjuntos de dados. O valor do Critério de Informação de Akaike (AIC), também é apresentado nessa tabela. Novamente, o valor do AIC confirma que para o modelo sem pontos influentes é melhor.

Realizou-se a análise dos resíduos testando a normalidade do resíduo de cada modelo com

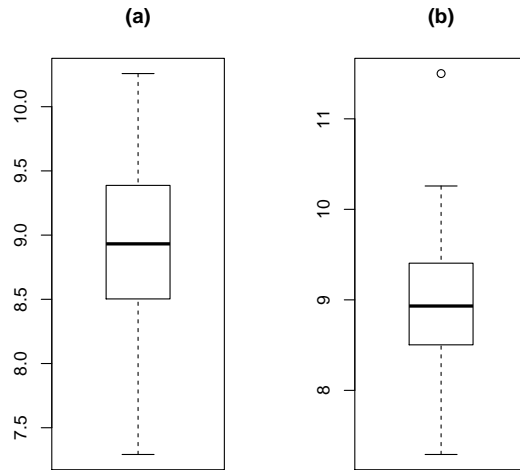


Figura 7 Box Plot para dados simulados com baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,10), (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

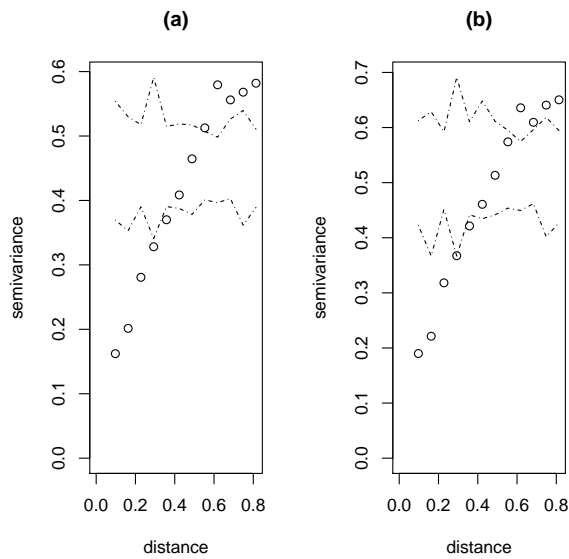


Figura 8 Variograma para os dados simulados com baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,50), (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

Tabela 5 Estimativas obtidas por máxima verossimilhança para os parâmetros considerando fraca dependência espacial (ϕ igual a 0,50).

	Característica	Parâmetros estimados				AIC
		β_0	σ^2	ϕ	τ^2	
ponto discrepante	ausência	9,1429	0,4425	0,2843	0,0170	135,1000
	presença	9,2932	0,6272	0,2994	0,0031	155,9000

base no teste de normalidade de Shapiro-Wilk, não foi necessário usar a transformação de Box-Cox, os resíduos possuíam uma boa aproximação de uma distribuição de probabilidade normal. Porém, vale destacar que embora a suposição de normalidade é válida, existe a presença de ponto discrepante nos resíduos, Figura 9 (b). Os resultados da estatística W e o Valor p são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 Teste de normalidade Shapiro-Wilk testados nos resíduos dos modelos quando simulados o conjunto de dados considerando dependência espacial média (ϕ igual a 0,50).

	Característica	Teste de normalidade Shapiro-Wilk	
		W	Valor p
ponto discrepante	ausência	0.9934	0.9126
	presença	0.9832	0.2346

A Figura 9 são apresentados os resultados dos gráficos de box-plot para os resíduos dos modelos, quando considerou uma dependência espacial média, ϕ igual a 0,50, considerando o modelo com os dados originais da simulação e o modelo em que foi inserido intencionalmente o ponto discrepante no conjunto.

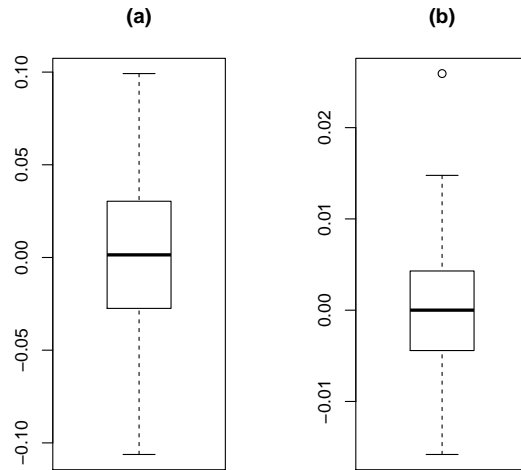


Figura 9 Box Plot dos resíduos dos modelos apresentados na Tabela 5, (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

O grid usado para a interpolação foi o mesmo descrito pela Figura 4, usado no caso anterior. O resultado da krigagem para os dois modelos cujas as estimativas foram mostradas na Tabela 5 são apresentados respectivamente pelas Figuras 10 e 11. Nesse mapa percebe-se claramente o efeito causado quando existe a presença de pontos discrepantes no conjunto de dados. Nota-se as consequências por toda malha, não somente próximo de onde foi inserido o ponto influente no mapa, ou seja, (0,0).

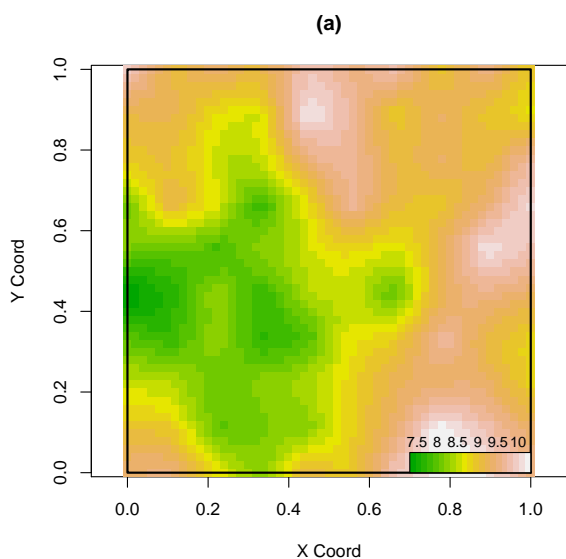


Figura 10 Krigagem dados da simulação original (ϕ igual a 0,50).

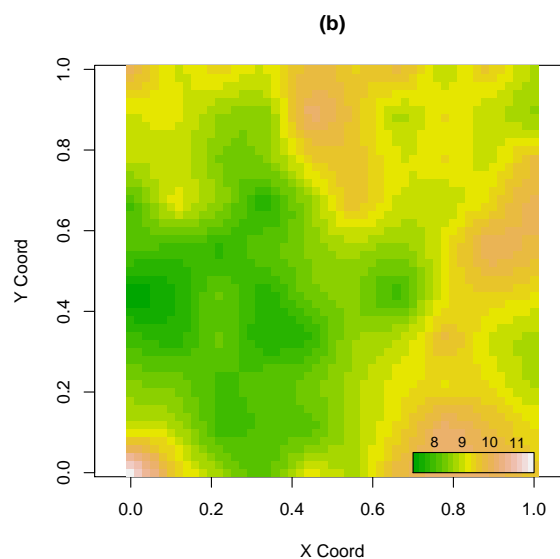


Figura 11 Krigagem com a inserção intencional do ponto discrepante (ϕ igual a 0,50).

3.3 Simulação $\phi = 0,90$, $\mu = 10$ e $\sigma^2 = 1$, modelo exponencial

Na Figura 12 são apresentados os gráficos box-plot como análise descritiva e verificação de pontos discrepantes no conjunto de dados, quando considerou dependência espacial alta, ϕ igual a 0,90. Na Tabela 7 é mostrada a estatística e o Valor p do teste de Shapiro-Wilk para testar a normalidade para os dois conjuntos de dados considerados (com a ausência e a presença do ponto discrepante).

Tabela 7 Teste de normalidade Shapiro-Wilk para os dados simulados considerando dependência espacial média (ϕ igual a 0,90).

		Teste de normalidade Shapiro-Wilk	
		W	Valor p
ponto discrepante	ausência	0.9908	0.7259
	presença	0.9903	0.6919

Na Figura 13 são apresentados os variogramas para os dados simulados com dependência espacial média (ϕ igual a 0,90), em que a Figura do lado esquerdo, (a), representa os dados originais da simulação com ausência de ponto discrepante e a Figura do lado direito, (b), representa o conjunto cujo foi inserido de forma intencional o ponto discrepante.

Na Tabela 5 é apresentada as estimativas dos parâmetros do modelo ajustado para os dois conjuntos de dados. O valor do Critério de Informação de Akaike (AIC), também é apresentado nessa tabela. Observa-se que embora o critério de AIC as estimativas venham corroborar para o modelo sem a presença dos pontos discrepantes, as estimativas do modelos com o ponto discrepantes foram razoáveis. Ou seja, nota-se que com o aumento da dependência espacial, os

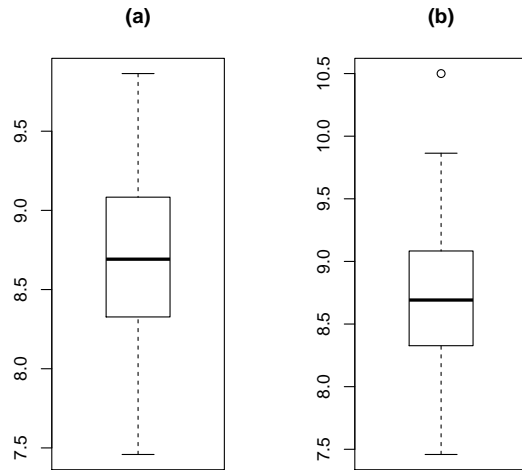


Figura 12 Box Plot para dados simulados com baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,90), (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

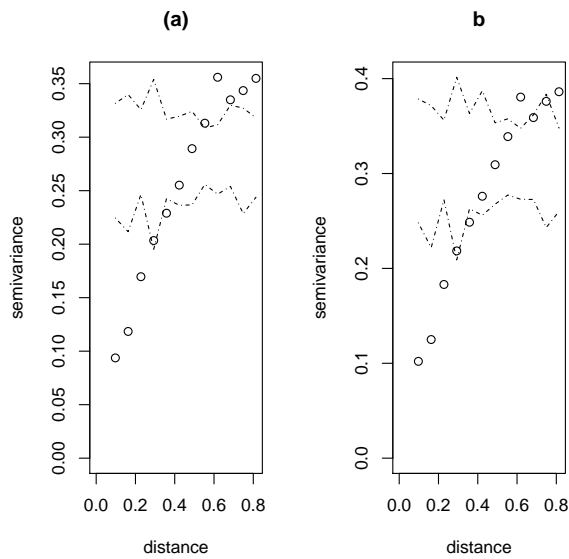


Figura 13 Variograma para os dados simulados com baixa dependência espacial (ϕ igual a 0,90), (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

pontos influentes tem uma menor influência de alterar as estimativas do parâmetro do modelo.

Tabela 8 Estimativas obtidas por máxima verossimilhança para os parâmetros considerando fraca dependência espacial (ϕ igual a 0,90).

	Característica	Parâmetros estimados				AIC
		β_0	σ^2	ϕ	τ^2	
ponto discrepante	ausência	8.918	0.2977	0.3292	0.0069	80.02
	presença	9.0346	0.4012	0.3816	0.0024	91.56

Realizou-se a análise dos resíduos testando a normalidade do resíduo de cada modelo com base no teste de normalidade de Shapiro-Wilk, não foi necessário usar a transformação de Box-Cox, os resíduos possuíam uma boa aproximação de uma distribuição de probabilidade normal. Porém, vale destacar que embora a suposição de normalidade é válida, existe a presença de ponto discrepante nos resíduos, Figura 14 (b). Os resultados da estatística W e o Valor p são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 Teste de normalidade Shapiro-Wilk testados nos resíduos dos modelos quando simulados o conjunto de dados considerando dependência espacial média (ϕ igual a 0,90).

	Característica	Teste de normalidade Shapiro-Wilk	
		W	Valor p
ponto discrepante	ausência	0.9935	0.9167
	presença	0.9941	0.9444

A Figura 14 são apresentados os resultados dos gráficos de box-plot para os resíduos dos modelos, quando considerou uma dependência espacial média, ϕ igual a 0,50, considerando o modelo com os dados originais da simulação e o modelo em que foi inserido intencionalmente o ponto discrepante no conjunto.

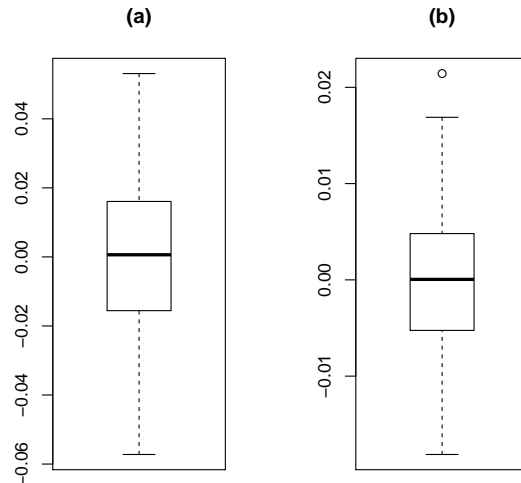


Figura 14 Box Plot dos resíduos dos modelos apresentados na Tabela 8, (a) ausência de ponto discrepante e (b) com inserção intencional de um ponto discrepante no conjunto.

O grid usado para a interpolação foi o mesmo descrito pela Figura 4, usado nos casos anteriores. O resultado da krigagem para os dois modelos cujas as estimativas foram mostradas na Tabela 8 são apresentados respectivamente pelas Figuras 15 e 16. Observa-se a interferência do ponto discrepante foi menor quando existe uma maior dependência espacial. No entanto, observa-se, diferenças ainda bastante visíveis entre as Figuras 15 e 16.

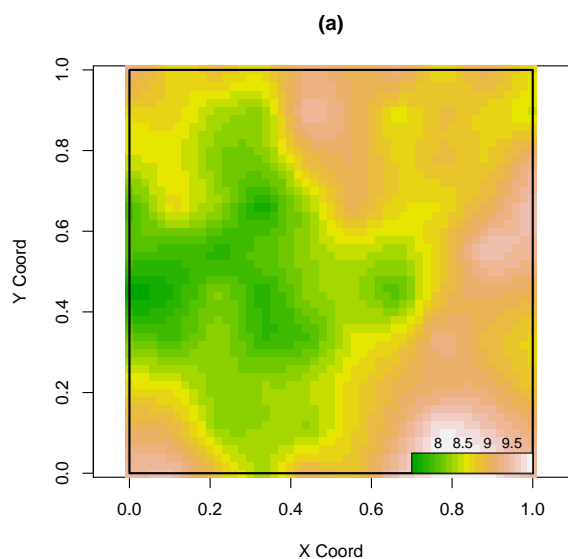


Figura 15 Krigagem dados da simulação original (ϕ igual a 0,90). 0.5cm

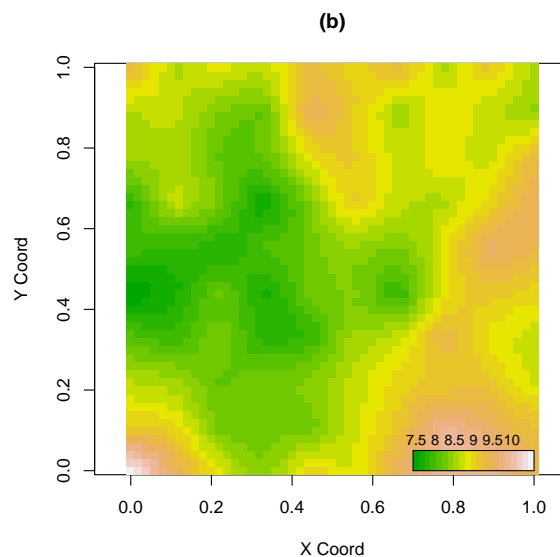


Figura 16 Krigagem com a inserção intencional do ponto discrepante (ϕ igual a 0,90).

4 Conclusões

- O estudo mostrou que a presença de valores atípicos inseridos nos dados simulados podem exercer forte influência nos mapas temáticos, mesmo na presença de normalidade, alterando, assim, a dependência espacial;
- Observa-se a interferência do ponto discrepante é menor quando existe uma maior dependência espacial. No entanto, essas diferenças ainda são bastante visíveis quando é realizado o mapa da variabilidade espacial.

5 Trabalhos futuros

- Estudar o comportamento quando inserir o ponto discrepante no centro da malha;
- Fazer as estimativas dos parâmetros comparando pelo método da máxima verossimilhança (MV) e pelo método da máxima verossimilhança restrita (MVR);
- Usar método *Bayesiano* para estimar os parâmetros;
- Simular com outros tipos de modelos além do exponencial.

APÊNDICE A - Rotinas R

```
#http://www.leg.ufpr.br/doku.php/disciplinas:geoesalq
# Versão R 2.15.1
# Programa para Análise Geoestatística
# Biase, Adrielle Giaretta; Sousa, Iábita Fabiana
# Departamento de Ciências Exatas
# Universidade de São Paulo – ESALQ
# Piracicaba, Brasil
# adrielegbiase@usp.br
# iabita.fabiana@gmail.com
# Revisado em: 30-11-2012

rm(list=ls(all=TRUE))
require(geoR)
require(MASS)

#-----#
# considerando baixa dependência espacial, ranger 0.10 #
# Simulação considerando o modelo exponencial #
#-----#

set.seed(11)
sim0.a <- grf(100, grid="reg", cov.pars=c(1, .10),
             cov.model="exponential", mean=10)
boxplot(sim0.a$data, main="(a)")
shapiro.test(sim0.a$data)
length(sim0.a$data)
image(sim0.a)

resumoa <- summary(sim0.a)
resumoa$distances.summary
maiord.a <- resumoa$distances.summary[2]; maiord.a
dist <- maiord.a * 0.6; dist # sugestão da distância
plot(v0a <- variog(sim0.a, max.dist=dist))
v0a.mc <- variog.mc.env(sim0.a, obj.variog=v0a)
plot(v0a, env=v0a.mc, main="(a)")

ef0a <- eyefit(v0a); ef0a # exponential c(0.7,0.99), nugget= 0.5
m0.a <- likfit(sim0.a, ini= c(0.7,0.99), nugget= 0.5, cov.model="exponential")
summary(m0.a)
residuo0a=m0.a$model.components$residuals
shapiro.test(residuo0a)
boxplot(residuo0a, main="(a)")

## definindo o "grid" de predição a ser usado para todas as simulações
```

```

grid <- expand.grid(seq(0,1, 0.02), seq(0,1,0.02))
plot(grid, pch=19, cex=0.25, col=4)

kc0a <- krige.conv(sim0.a, loc=grid, krige=krige.control(obj.m = m0.a))
image(kc0a, col=terrain.colors(21),
      x.leg=c(0.7,1), y.leg=c(0, 0.05), main="(a)")

#inserindo o ponto discrepante com o valor de 13.2,
# na posição (longitude, latitude) = (0,0)

sort(sim0.a$data)
sim0.b=matrix(c(sim0.a$coords[,1], sim0.a$coords[,2], sim0.a$data),100,3)
sim0.b[1,]
sim0.b[1,]<-c(sim0.b[1,1], sim0.b[1,2], 13.2)
sim0.b; sim0.b[1,]
boxplot(sim0.b[,3], main="(b)")
dG0<-as.geodata(sim0.b, coords.col=c(1,2), data.col=3)
shapiro.test(dG0$data)
image(sim0.b)

plot(v0b <- variog(dG0, max.dist=dist))
v0b.mc <- variog.mc.env(dG0, obj.variog=v0b)
plot(v0b, env=v0b.mc, main="(b)")

ef0b <- eyefit(v0b); ef0b # exponential c(0.79,0.77), nugget=0.56
m0.b <- likfit(dG0, ini=c(0.79,0.77), nugget=0.56, cov.model= "exponential",
              lambda=-0.78)

summary(m0.b)
residuo0b=m0.b$model.components$residuals
shapiro.test(residuo0b)
boxplot(residuo0b, main="(b)")

# Box-Plot para caso de transformações
boxcox(dG0)
lambda <- boxcox(dG0)$x[which(boxcox(dG0)$y==max(boxcox(dG0)$y))]
lambda

kc0.b <- krige.conv(dG0, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.b))
image(kc0.b, col=terrain.colors(21), x.leg=c(0.7,1), y.leg=c(0,0.05),
      main="(b)")

par(mfrow=c(1,2)) # Para juntar os graficos
kc0.b <- krige.conv(dG0, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.b))
image(kc0.b, col=terrain.colors(4), x.leg=c(0.7,1), y.leg=c(0,0.05), main="(b)")
kc0a <- krige.conv(sim0.a, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.a))
image(kc0a, col=terrain.colors(4), x.leg=c(0.7,1), y.leg=c(0, 0.05), main="(a)")

```



```

#-----#
#considerando dependência espacial média, ranger 0.50 #
# Simulação considerando o modelo exponencial #
#-----#

set.seed(11)
sim0.a <- grf(100,grid="reg",cov.pars=c(1,.50),
              cov.model="exponential", mean=10)

boxplot(sim0.a$data, main="(a)")
shapiro.test(sim0.a$data)
length(sim0.a$data)
image(sim0.a)

resumoa <- summary(sim0.a)
resumoa$distances.summary
maiord.a <- resumoa$distances.summary[2]; maiord.a
dist <- maiord.a * 0.6; dist # sugestão da distância
plot(v0a <- variog(sim0.a, max.dist=dist))
v0a.mc <- variog.mc.env(sim0.a, obj.variog=v0a)
plot(v0a,env=v0a.mc,main="(a)")

ef0a <- eyefit(v0a); ef0a # exp c(0.63,0.53), nugget = 0.08
m0.a <- likfit(sim0.a,ini=c(0.63,0.53),nugget=0.08,cov.model="exponential")
summary(m0.a)
residuo0a=m0.a$model.components$residuals
shapiro.test(residuo0a)
boxplot(residuo0a, main = "(a)")

kc0a <- krige.conv(sim0.a, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.a))
image(kc0a, col=terrain.colors(21),
      x.legend=c(0.7,1),y.legend=c(0,0.05), main="(a)")

#inserindo o ponto discrepante com o valor de 11.5,
# na posição (longitude, latitude) = (0,0)

sort(sim0.a$data)
sim0.b=matrix(c(sim0.a$coords[,1], sim0.a$coords[,2], sim0.a$data),100,3)
sim0.b[1,]
sim0.b[1,]<-c(sim0.b[1,1], sim0.b[1,2], 11.5)
sim0.b; sim0.b[1,]
boxplot(sim0.b[,3],main="(b)")
dG0<-as.geodata(sim0.b, coords.col=c(1,2), data.col=3)
shapiro.test(dG0$data)

plot(v0b <- variog(dG0, max.dist=dist), xlab="")

```

```

v0b.mc <- variog.mc.env(dG0, obj.variog=v0b)
plot(v0b, env = v0b.mc, main = "(b)")

ef0b <- eyefit(v0b); ef0b # exponential 0.69 0.53 0.07
m0.b <- likfit(dG0, ini=c(0.69,0.53),nugget=0.07, cov.model="exponential")
summary(m0.b)
residuo0b=m0.b$model.components$residuals
shapiro.test(residuo0b)
boxplot(residuo0b ,main="(b)")

# Box-Plot para caso de transformações
boxcox(dG0)
lambda <- boxcox(dG0)$x[which(boxcox(dG0)$y==max(boxcox(dG0)$y))]
lambda

kc0.b <- krige.conv(dG0, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.b))
image(kc0.b,col=terrain.colors(21),x.legend=c(0.7,1),y.legend=c(0,0.05),
main="(b)")

```

```

#-----#
#considerando dependência espacial alta , ranger 0.90 #
# Simulação considerando o modelo exponencial #
#-----#

set.seed(11)
sim0.a <- grf(100, grid="reg", cov.pars=c(1, .90),
cov.model="exponential", mean=10)
boxplot(sim0.a$data, main="(a)")
shapiro.test(sim0.a$data)
length(sim0.a$data)
image(sim0.a)

resumoa <- summary(sim0.a)
resumoa$distances.summary
maiord.a <- resumoa$distances.summary[2];maiord.a
dist <- maiord.a * 0.6; dist # sugestão da distância
plot(v0a <- variog(sim0.a, max.dist=dist), xlab="")
v0a.mc <- variog.mc.env(sim0.a, obj.variog=v0a)
plot(v0a, env=v0a.mc, main="(a)")

ef0a <- eyefit(v0a); ef0a # exponential 0.65 0.88 0.01
m0.a <- likfit(sim0.a, ini= c(0.65, 0.88),
nugget= 0.01, cov.model = "exponential")
summary(m0.a)
residuo0a=m0.a$model.components$residuals
shapiro.test(residuo0a)
boxplot(residuo0a , main="(a)")

```

```

kc0a <- krige.conv(sim0.a, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.a))
image(kc0a, col=terrain.colors(21),
      x.leg = c(0.7,1), y.leg = c(0,0.05), main = "(a)")

#inserindo o ponto discrepante com o valor de 10.5,
# na posição (longitude, latitude) = (0,0)

sort(sim0.a$data)
sim0.b=matrix(c(sim0.a$coords[,1], sim0.a$coords[,2], sim0.a$data),100,3)
sim0.b[1,]
sim0.b[1,]<-c(sim0.b[1,1], sim0.b[1,2], 10.5)
sim0.b; sim0.b[1,]
boxplot(sim0.b[,3], main="(b)")
dG0<-as.geodata(sim0.b, coords.col=c(1,2), data.col=3)
shapiro.test(dG0$data)

plot(v0b <- variog(dG0, max.dist=dist), xlab="")
v0b.mc <- variog.mc.env(dG0, obj.variog=v0b)
plot(v0b, env=v0b.mc, main="(b)")

ef0b <- eyefit(v0b); ef0b # exponential 0.76 1.04 0.02
m0.b <- likfit(dG0, ini=c(0.76,1.04), nugget=0.02, cov.model="exponential")
summary(m0.b)
residuo0b=m0.b$model.components$residuals
shapiro.test(residuo0b)
boxplot(residuo0b, main="(b)")

kc0.b <- krige.conv(dG0, loc=grid, krige=krige.control(obj.m=m0.b))
image(kc0.b, col=terrain.colors(21), x.leg=c(0.7,1),y.leg=c(0,0.05),
      main="(b)" )

```