

Exercícios de probabilidade

1. Forneça exemplos que ilustrem situações nas quais probabilidades são avaliadas pelas definições a) clássica, b) frequentista, c) subjetiva.
2. Três indivíduos tentam, de forma independente, resolver um problema. O primeiro tem 50% de chance de resolver, o segundo tem 65% e o terceiro tem 30%. Qual a probabilidade do problema ser resolvido?
3. Em um teste múltipla escolha, marca-se uma alternativa em cada uma das 5 questões, cada uma com quatro alternativas da qual apenas uma é correta. Qual a probabilidade de um indivíduo acertar por mero acaso alguma questão?
4. Dentre seis números inteiros pares e oito ímpares, dois números são escolhidos ao acaso e multiplicados. Qual a probabilidade de que o produto seja par?
5. Dois dados são lançados. Calcule a probabilidade de:
 - (a) saírem dois números iguais,
 - (b) o produto dos números que saíram ser ímpar,
 - (c) o produto dos números que saíram ser ímpar ou a soma ser maior ou igual a 10,
 - (d) a soma dos valores ser maior ou igual a sete, sabendo-se que em um dos dados saiu três,
 - (e) a soma ser maior que sete sabendo que saíram dois números iguais.
6. Em um teste múltipla escolha, marca-se uma alternativa em cada uma de quatro questões, cada uma com cinco alternativas da qual apenas uma é correta. Qual a probabilidade de um indivíduo acertar por mero acaso alguma questão?
7. Um reservatório recebe água de três fontes diferentes. A primeira tem 5% de chance de apresentar alguma contaminação, a segunda tem 6,5% e a terceira tem 12%. Qual a probabilidade do reservatório ser contaminado?
8. Considere o problema anterior:

Em um teste múltipla escolha, marca-se uma alternativa em cada uma das cinco questões, cada uma com quatro alternativas, entre as quais apenas uma é correta. Qual a probabilidade de um indivíduo acertar por mero acaso alguma questão?

 - (a) Indique como fica o espaço amostral do experimento (sem necessariamente listar todos os elementos).
 - (b) Defina a variável aleatória (v.a) adequada ao interesse do problema.
 - (c) Monte uma tabela com a distribuição de probabilidades desta variável
 - (d) Caso possível identifique a distribuição de probabilidades desta variável e fornecendo a equação da distribuição.
 - (e) Mostre como obter a probabilidade solicitada a partir do resultado de alguns dos itens anteriores.
9. Identifique a v.a., liste seus possíveis valores e forneça a expressão da função de probabilidades nas situações a seguir.
 - (a) Sabe-se que a proporção de respondentes a um anúncio é de 5%. Vou verificar quantos acessos serão feitos sem obter resposta até que seja obtida a marca de 10 respondentes.
 - (b) Vou escolher ao acaso 500 habitantes de Curitiba e verificar quantos sabem o nome do vice-prefeito(a) para estimar a proporção dos que conhecem.

(c) Supondo que a proporção da população que possua um determinado tipo de sangue seja de 12%, vou verificar quantos doadores vou receber até conseguir um que tenha o tipo desejado.

10. Considere um problema anterior.

Em um teste múltipla escolha, marca-se uma alternativa em cada uma de quatro questões, cada uma com cinco alternativas da qual apenas uma é correta. Qual a probabilidade de um indivíduo acertar por mero acaso alguma questão?

- (a) Indique como fica o espaço amostral do experimento (sem necessariamente listar todos os elementos).
- (b) Defina a variável aleatória (v.a) adequada ao interesse do problema.
- (c) Monte uma tabela com a distribuição de probabilidades desta variável
- (d) Caso possível identifique a distribuição de probabilidades desta variável e fornecendo a equação da distribuição.
- (e) Mostre como obter a probabilidade solicitada a partir do resultado de alguns dos itens anteriores.
- (f) Qual o valor esperado da v.a ? Como este valor deve ser interpretado?

11. Seja a função:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2/8 & 0 < x \leq 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Mostre que $f(x)$ é uma função de densidade de probabilidade válida.
- (b) Obtenha $P[0,5 < X < 1,5]$.
- (c) Obtenha $P[X > 1,2]$.
- (d) Obtenha $P[X > 1,2|X > 0,5]$.
- (e) Obtenha o valor esperado de X .

12. Seja uma v.a. contínua com função de distribuição de probabilidades (f.d.p) $f(x) = k(1 - x^2)I_{(0,1]}(x)$, obtenha:

- (a) valor de k para que $f(x)$ seja uma f.d.p. válida,
- (b) a média de X ,
- (c) a mediana de X ,
- (d) a função de distribuição (acumulada) $F(x)$,
- (e) $P[X > 1/2]$,
- (f) $P[X < 0,75]$,
- (g) o primeiro quartil,
- (h) o terceiro quartil,
- (i) $P[0,25 < X < 0,75]$,
- (j) $P[X < 0,75|X > 0,5]$,

13. Alguns biólogos fizeram estudos de laboratório sobre o comportamento de animais quando submetidos a um estímulo, o quais poderiam apresentar ou não resposta positiva. Em particular estavam interessados nas respostas positivas ao estímulo. Considera-se que na população destes animais, 10% sejam sensíveis ao estímulo.

O biólogo A possuía um grupo em que 10 animais eram sensíveis e 20 eram insensíveis. Ele selecionou ao acaso 8 animais para teste.

O biólogo B dispunha de um grande número de animais e foi testando um a um até encontrar o terceiro sensível ao estímulo.

O biólogo C tomou fazia testes diários e encontrava uma média de 2,8 animais sensíveis a cada dia.

O biólogo D submeteu 10 animais ao estímulo.

O biólogo E dispunha de um grande número de animais e foi testando um a um até encontrar um sensível ao estímulo.

- (a) Qual a probabilidade do biólogo *A* encontrar ao menos 2 animais sensíveis?
- (b) Qual a probabilidade do biólogo *B* precisar testar no máximo 6 animais?
- (c) Qual a probabilidade do biólogo *C* encontrar menos que dois sensíveis em um determinado dia?
- (d) Qual a probabilidade do biólogo *D* encontrar mais que 3 animais sensíveis?
- (e) Qual a probabilidade do biólogo *E* precisar testar mais que 3 animais?

Sugestão: especifique a(s) variável(eis) aleatória, sua(s) distribuição(ções) e pressuposições feitas.

14. Um site de vendas pela internet registra 40% dos acessos do estado do PR, 50% de outros estados e 10% do exterior. 20% dos acessos do PR resultam em uma compra, enquanto que os percentuais para outros estados e exterior são de 10% e 30%, respectivamente.
- (a) Qual a probabilidade de um acesso resultar em compra?
 - (b) Se foi feita uma compra, qual a probabilidade de ela não ter sido do exterior?
15. Dois jogadores vão disputar as finais de um torneio e o campeão será o que vencer três partidas. Baseado no restrospecto dos resultados estima-se que a cada partida as probabilidades de vitória dos jogadores são 0,4 e 0,6. Calcule e/ou responda os itens a seguir.
- (a) Qual a probabilidade de haver mais que três jogos?
 - (b) Quais as chances de cada jogador vencer o torneio?
 - (c) Qual a probabilidade do jogador com menor chance vencer o torneio caso perca as duas primeiras partidas?
 - (d) Qual a probabilidade do jogador com maior chance vencer caso tenha tido apenas uma vitória nas três primeiras partidas?
 - (e) Qual(ais) as suposições feitas nos cálculos acima?
16. Em um programa da regeneração são plantadas 10 mudas de uma determinada espécie em cada uma das unidades de manejo. A probabilidade de que qualquer muda complete dois anos de idade é de 0,4. Fazendo suposições necessárias, responda os itens a seguir.
- (a) Qual a probabilidade de uma unidade ter alguma planta com dois anos?
 - (b) Quantas mudas deveriam plantadas para que a probabilidade de alguma planta completar dois anos seja superior a 0,99 ?
 - (c) Qual deveria ser a probabilidade de cada muda completar dois anos para que a probabilidade da unidade ter alguma muda fosse superior a 0,95?
 - (d) Descreva e discuta as suposições feitas para resolver o problema indicando situações em que elas poderiam ser inválidas.
17. Dois jogadores vão disputar as finais de um torneio e o campeão será o que vencer quatro partidas. Baseado no restrospecto dos resultados estima-se que a cada partida as probabilidades de vitória dos jogadores são 0,4 e 0,6. Calcule e/ou responda os itens a seguir.
- (a) Qual a probabilidade de haver mais que quatro jogos?
 - (b) Quais as chances de cada jogador vencer o torneio?
 - (c) Qual a probabilidade do jogador com menor chance vencer o torneio caso perca as duas primeiras partidas?
 - (d) Qual a probabilidade do jogador com maior chance vencer caso tenha tido apenas uma vitória nas quatro primeiras partidas?
 - (e) Qual(ais) as suposições feitas nos cálculos acima?
18. Para fins de segurança de preservação, são feitas cinco cópias de uma biblioteca de arquivos de imagens. A probabilidade de que qualquer cópia seja corrompida durante um certo intervalo de tempo é de 0,01.
- (a) Qual a probabilidade da biblioteca ser perdida durante o período?

- (b) Qual deveria ser a probabilidade individual de cada cópia ser corrompida para que a probabilidade de perda da biblioteca não ultrapassasse 0,001?
 - (c) Quantas cópias deveriam ser feitas para que a probabilidade de falha não ultrapassasse 0,001 caso sejam mantidas as probabilidades individuais de falha de 0,01.
 - (d) Descreva e discuta as suposições feitas para resolver o problema indicando situações em que elas poderiam ser inválidas.
19. Um site de vendas pela internet registra 40% dos acessos do estado do PR, 50% de outros estados e 10% do exterior. 20% dos acessos do PR resultam em uma compra, enquanto que os percentuais para outros estados e exterior são de 10% e 30%, respectivamente.

- (a) Qual a probabilidade de um acesso resultar em compra?
- (b) Se foi feita uma compra, qual a probabilidade de ela ter sido do exterior?

20. Um conjunto de imagens foi submetido a dois algoritmos de tratamento (filtragem, correção e classificação) e foram registrados os tempos de processamento conforme a tabela a seguir.

Image	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	23.7	27.9	35.3	17.7	20.9	32.2	50.9	45.4	76.8	31.1
B	13.9	21.9	16.9	3.5	6.9	36.4	30.3	7.6	59.2	33.2

- (a) Calcule a média, desvio padrão e coeficiente de variação de cada grupo
- (b) Calcule a mediana, amplitude e amplitude interquartilica de cada grupo
- (c) Faça um gráfico box-plot para comparar os algoritmos
- (d) Faça um gráfico adequado e calcule alguma medida para verificar se existe associação entre os tempos de processamento dos dois algoritmos.