

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

## CE003 - ESTATÍSTICA II

### Primeira lista de Exercícios - Probabilidade

19/03/2012 - Professora Fernanda

1. Uma balança digital é usada para fornecer peso em gramas. Qual o espaço amostral desse experimento? Seja  $A$  o evento em que um peso excede 11 gramas; seja  $B$  o evento em que um peso é menor que ou igual a 15 gramas e seja  $C$  o evento em que um peso é maior ou igual a 8 gramas. Descreva os seguintes eventos:

a)  $A \cup B$ ; b)  $A \cap B$ ; c)  $A^c$ ; d)  $A \cup B \cup C$ ; e)  $(A \cup B)^c$ ; f)  $A \cap B \cap C$ ; g)  $B^c \cap C$ ; h)  $A \cup (B \cap C)$ ;

2. Em um laboratório são realizadas análises em matérias-primas para determinar o conteúdo de nitrogênio (N), fósforo (P) e potássio (K), que foram classificados em baixo, médio e alto. Os resultados de 100 amostras estão resumidos a seguir:

		N-baixo	N-médio	N-alto
P-baixo	K-baixo	4	5	6
	K-médio	2	5	6
	K-alto	0	1	1
P-médio	K-baixo	2	14	2
	K-médio	1	7	5
	K-alto	0	2	7
P-alto	K-baixo	0	2	5
	K-médio	1	4	9
	K-alto	0	0	9

Seja  $N$  – baixo o evento em que uma amostra apresenta baixo conteúdo de nitrogênio, e assim por diante. Determine o número de amostras em:

a)  $N$  – médio; b)  $K$  – médio; c)  $N$  – baixo  $\cup$   $P$  – baixo; d)  $N$  – baixo  $\cap$   $P$  – baixo; e)  $N$  – baixo<sup>c</sup>  $\cup$   $P$  – médio; f)  $N$  – baixo<sup>c</sup>  $\cap$   $P$  – baixo<sup>c</sup>  $\cap$   $K$  – baixo<sup>c</sup>; g)  $(N$  – baixo  $\cup$   $P$  – baixo  $\cup$   $K$  – baixo)<sup>c</sup>;

3. Em um rebanho, a identificação de cada animal é constituída de 4 caracteres hexadecimais ( $a - f, 0 - 9$ ). Seja  $A$  o evento em que uma identificação comece com uma vogal ( $a, e$ ) e seja  $B$  o evento em que uma identificação termine com um número par ( $0, 2, 4, 6, 8$ ). Considere que o experimento observar um animal ao acaso no rebanho. Determine:

a) o número de registros possíveis; b)  $P(A)$ ; c)  $P(B)$ ; d)  $P(A \cap B)$ ; e)  $P(A \cup B)$ ;

4. Em um certo colégio, 25% dos estudantes foram reprovados em matemática, 15% em química e 10% em matemática e química ao mesmo tempo. Um estudante é escolhido aleatoriamente.

- a) se ele foi reprovado em química, qual a probabilidade de ele ter sido reprovado em matemática?  
b) se ele foi reprovado em matemática, qual a probabilidade de ele ter sido reprovado em química?  
c) qual a probabilidade de ter sido reprovado em química ou matemática?

5. Lança-se um dado honesto. Qual a probabilidade de ocorrer:

- a) face menor do que 5 ou face par?  
b) face menor do que 5 ou face maior do que 5?  
c) face par ou face ímpar?

6. Suponha que o gerente de um grande complexo de apartamentos forneça as seguintes estimativas de probabilidade acerca do número de apartamentos vagos no próximo mês:

apartamentos vazios	probabilidade
0	0,05
1	0,15
2	0,35
3	0,25
4	0,10
5	0,10

Forneça a probabilidade de cada um dos seguintes eventos:

- não há apartamentos vazios.
- pelo menos quatro apartamentos vazios;
- dois ou menos apartamentos vazios.

7. Um escritório possui duas impressoras sendo que uma delas esta disponível para uso em 60% do tempo, a outra em 85% do tempo e funcionam independentemente uma da outra. Se em um momento você tenta fazer a impressão de um arquivo, qual a probabilidade de conseguir a impressão naquele instante?

8. De três eventos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , de um mesmo espaço amostral  $\Omega$ , suponhamos  $A$  e  $B$  independentes,  $B$  e  $C$  mutuamente exclusivos. Suas probabilidades são:

$$P(A) = 0,50, \quad P(B) = 0,30 \quad \text{e} \quad P(C) = 0,10$$

Determine as probabilidades de:

- $B$  e  $C$  ocorrerem (ambos);
- ocorrer ao menos um dentre  $A$  e  $B$ ;
- $B$  não ocorrer;
- ocorrerem os três.

9. Em um tanque de criação existem três espécies de peixes ( $A$ ,  $B$  e  $C$ ) e animais de dois tamanhos ( $J$ : jovem e  $M$ : maduro). Sabe-se que foram colocados 30%, 50% e 20% animais de cada espécie e que após 60 dias 25%, 60% e 75% dos peixes de cada espécie atingem a maturação. Suponha que os animais não morreram. Considere o experimento de retirar aleatoriamente um peixe do tanque e obtenha:

- $P(A \cap J)$ ; b)  $P(C \cap M)$ ; c)  $P(J|B)$ ; d)  $P(M)$ ; e)  $P(C|M)$ ; f)  $P(C \cup M)$ ;

10. Uma clinica envia amostras para 3 laboratórios de análises  $A$ ,  $B$  e  $C$  nas seguintes proporções 0,2; 0,3 e 0,5, respectivamente. A probabilidade de cada um dos laboratórios elaborar uma análise errada é de respectivamente  $1/2$ ,  $1/3$  e  $1/6$ .

- Uma análise resultou errada, qual a probabilidade de ter sido feita pelo laboratório  $A$ ?
- Qual a probabilidade de um exame executado não apresentar erro?

11. Um laboratório esta interessado em melhorar a eficiência de um teste que realiza. Como o teste apresenta falso negativo, com probabilidade de 2%, e falso positivo, com probabilidade de 8%, o representante do laboratório pergunta: “qual a estratégia a ser adotada: reduzir a probabilidade de falsos negativos ou de falsos positivos?”. Para responder essa pergunta, considerando que a probabilidade de haver um animal com a doença é 2%, considere que existem dois testes que tem desempenho conforme a seguir:

$$\text{teste 1} \begin{cases} P(\text{positivo}|\text{doente}) = 0,99 \\ P(\text{negativo}|\text{sadio}) = 0,92 \end{cases}$$

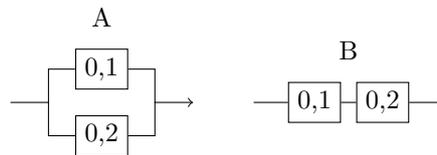
$$\text{teste 2} \begin{cases} P(\text{positivo}|\text{doente}) = 0,98 \\ P(\text{negativo}|\text{sadio}) = 0,98 \end{cases}$$

Para cada uma dos testes obtenha:

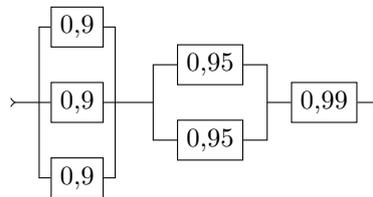
- a) Qual a probabilidade de um animal, classificado como positivo no teste, ter realmente a doença?  
 b) Qual a probabilidade de um animal, classificado como negativo no teste, não ter realmente a doença?  
 Qual dos testes deve ser adotado?

12. Considere os circuitos elétricos A (em paralelo) e B (em série) abaixo, cada um com dois dispositivos e suas probabilidades de falha independente. Obtenha:

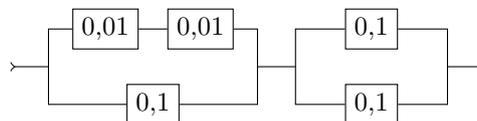
- a) a probabilidade do circuito A falhar?  
 b) a probabilidade do circuito B falhar?  
 c) a probabilidade de um circuito composto por A e B falhar?



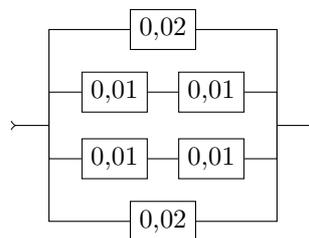
13. O circuito elétrico mostrado a seguir opera somente se houver um caminho de dispositivos funcionais, da esquerda para a direita. A probabilidade de cada dispositivo funcionar é mostrada na figura. Suponha que os dispositivos falhem independentemente. Qual será a probabilidade do circuito operar?



14. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



15. Considere que os dispositivos do circuito abaixo falhem independentemente com a probabilidade descrita. Qual será a probabilidade do circuito operar?



RESPOSTAS:

- $\Omega = \{x \in \mathbb{R}\}$ ,  $A \cup B = \{x \in \mathbb{R}\}$ ,  $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 11 < x \leq 15\}$ ,  $A^c = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 11\}$ ,  $A \cup B \cup C = \{x \in \mathbb{R}\}$ ,  $(A \cup B)^c = \{\emptyset\}$ ,  $A \cap B \cap C = \{x \in \mathbb{R} : 11 < x \leq 15\}$ ,  $B^c \cap C = \{x \in \mathbb{R} : x > 15\}$ ,  $A \cup (B \cap C) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 8\}$ .
- 40, 40, 34, 6, 93, 43.
- $16^4 = 65536$ ,  $2 \cdot 16^{4-1}/16^4 = 0.125$ ,  $16^{4-1} \cdot 5/16^4 = 0.3125$ ,  $2 \cdot 16^{4-2} \cdot 5/16^4 = 0.0390625$ ,  $0.125 + 0.3125 - 0.0390625 = 0.3984375$ .
- $2/3$ ,  $2/5$ ,  $3/10$ .
- $5/6$ ,  $5/6$ , 1.
- 0.05, 0.2, 0.55.
- 0.94.

8. 0, 0.65, 0.7, 0.
9. 0.225, 0.15, 0.4, 0.525, 0.2857, 0.575.
10. 0.3529, 0.7167.
11. 0.2016 e 0.5, 0.9998 e 0.9996.
12. 0.02, 0.28, 0.2944.
13. 0.9865.
14. 0.98803.
15. 0.9999998.