1) Um determinado fabricante garante que suas máquinas produzem apenas 5% de peças defeituosas. A fim de verificar a veracidade desta afirmação, foram analisadas 1000 peças produzidas por uma máquina das quais 40 peças apresentaram algum tipo de defeito. Construa um intervalo de confiança de 95% para a proporção de peças defeituosas e discuta a afirmação do fabricante.

$\hat{p} = \frac{40}{100} = 0,4$ $\qquad z_{\alpha/2} = 1,96$

$$P\left(-1,96 < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} < 1,96\right) = 95\%$$

$$P\left(\hat{p} - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = 95\%$$

$$P\left(0,4 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,4(0,6)}{1000}} < p < 0,4 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot (0,6)}{1000}}\right) = 95\%$$

$$P(0,4 - 0,03 < p < 0,4 + 0,03) = 95\%$$

$$P(0,37 < p < 0,43) = 95\%$$

$$IC_{(p, 95\%)} = [0,37; 0,43]$$

2) Sabe-se que o consumo mensal per capita de um determinado produto tem distribuição normal, com desvio padrão 2 Kg. A diretoria da empresa que fabrica esse produto resolveu que retiraria o produto da linha de produção se a média do consumo mensal fosse menor que 8 Kg. Caso contrário, continuaria a fabricá-lo. Foi realizada uma pesquisa de mercado a partir de uma amostra de 25 indivíduos e foi verificado que a média do consumo mensal desses indivíduos foi de 7,2 Kg.

Calcule um intervalo de confiança para a média. $\qquad \sigma = 2 \qquad n = 25 \qquad \bar{X} = 7,2 \qquad \alpha = 5\%$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \qquad z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$P\left(-1,96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1,96\right) = 95\%$$

$$P\left(\bar{X} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 95\%$$

$$P\left(7,2 - 1,96 \cdot \frac{2}{\sqrt{25}} < \mu < 7,2 + 1,96 \cdot \frac{2}{\sqrt{25}}\right) = 95\%$$

$$P(7,2 - 0,784 < \mu < 7,2 + 0,784) = 95\%$$

$$P(6,416 < \mu < 7,984) = 95\%$$

$$IC_{(\mu, 95\%)} = [6,416; 7,984]$$

3) Uma empresa está convertendo as máquinas que aluga para uma versão mais moderna. Até agora foram convertidas 40 máquinas. O tempo médio de conversão foi de 24 horas, com desvio padrão de 3 horas.

Determine um intervalo de 98% de confiança para o tempo médio de conversão.

$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$ $n = 40$ $\bar{X} = 24$ $\sigma = 3$

$z_{\alpha/2} = 2{,}33$

$$P\left(-2{,}33 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 2{,}33\right) = 98\%$$

$$P\left(\bar{x} - 2{,}33 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + 2{,}33 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 98\%$$

$$P\left(24 - 2{,}33 \cdot \frac{3}{\sqrt{40}} < \mu < 24 + 2{,}33 \cdot \frac{3}{\sqrt{40}}\right) = 98\%$$

$$P(24 - 1{,}105 < \mu < 24 + 1{,}105) = 98\%$$

$$P(22{,}895 < \mu < 25{,}105) = 98\%$$

$$IC_{(\mu, 95\%)} = [22{,}895 ; 25{,}105]$$

4) O consumidor de um determinado produto acusou o fabricante, dizendo que mais de 20% das unidades fabricadas apresentam defeitos. Para confirmar sua acusação, ele usou uma amostra de tamanho 50, no qual 27% das peças eram defeituosas.

Determine um intervalo de 95% de confiança. $\hat{p} = 0{,}27$ $n = 50$ $z = 1{,}96$

$$P\left(-1{,}96 < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} < 1{,}96\right) = 95\%$$

$$P\left(-1{,}96 < \frac{0{,}27 - p}{\sqrt{\frac{0{,}27(0{,}73)}{50}}} < 1{,}96\right) = 95\%$$

$$P\left(0{,}27 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1971}{50}} < p < 0{,}27 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}1971}{50}}\right) = 95\%$$

$$P(0{,}27 - 1{,}96 \cdot 0{,}063 < p < 0{,}27 + 1{,}96 \cdot 0{,}063) = 95\%$$

$$P(0{,}27 - 0{,}123 < p < 0{,}27 + 0{,}123) = 95\%$$

$$P(0{,}147 < p < 0{,}393) = 95\%$$

INTERNAL

$$IC_{(p, 95\%)} = [0{,}147 ; 0{,}393]$$