

Análise espacial e algoritmos em GIS

Renato Assunção
Depto. de Estatística - UFMG

Algumas Consultas em GIS

- 1 Qual o perímetro da Lagoa da Pampulha?
- 1 Qual é o caminho mais longo dentre três trajetos possíveis?
- 1 Quantos bares e boates existem no hipercentro?
- 1 Quais as viaturas policiais que estão a menos de 2 km de certo local?
- 1 Qual o melhor local para colocar um novo centro de saúde?

Tipos de consultas

- 1 **Não-espacial – não fazem referência a dados espaciais**
 - Qual o bairro de BH com maior população?
Consulta apenas a tabela de atributos
- 1 **Espacial – faz referência a dados espaciais (e possivelmente a atributos também)**
 - Quais as 3 viaturas mais próximas de certo local?
 - Quais as 3 viaturas mais próximas de certo local E que possuem certo tipo de armamento?

Consultas espaciais “simples”

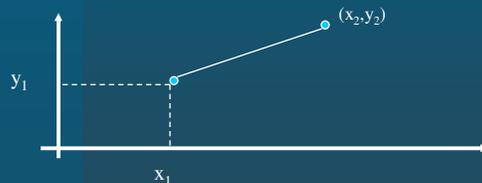
- 1 **Qual o comprimento dessa linha (rua, rio, etc)?**
 - “Linha” é uma sequência de segmentos de linha
 - E se a distância não é “euclidiana”?
- 1 **Qual a área coberta por este polígono?**
- 1 **Este ponto está contido dentro deste polígono? Quais os crimes que ocorreram no bairro X?**

Tipos de objetos geográficos em GIS

- 1 **Dados geográficos em GIS podem ser de dois tipos básicos:**
 - Tipo vetorial
 - Tipo Raster
- 1 **Um objeto do tipo vetorial é composto de pontos, de linhas ou de polígonos**
- 1 **Objeto do tipo raster é uma “imagem”**

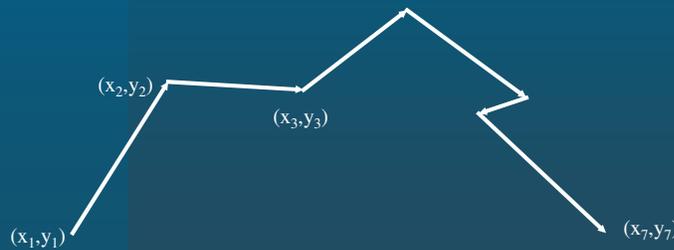
Objetos de tipo vetorial

- 1 **Ponto: basta fornecer as duas coordenadas (x,y)**
- 1 **Um segmento de linha: basta fornecer dois pontos (inicial e final) no plano: (x_1, y_1) e (x_2, y_2)**



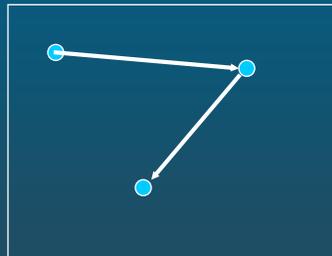
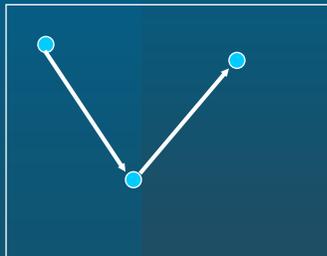
Objetos do tipo vetorial: linha

- 1 **Linha:** é um conjunto finito de segmentos de linha onde o ponto final de um segmento é o ponto inicial do seguinte.
- 1 Basta fornecer a seqüência (em ordem!) de pontos dos segmentos



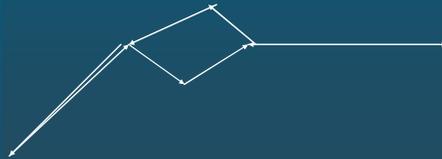
A ordem é fundamental ...

- 1 Trocar a ordem dos pontos gera linhas diferentes



Objetos tipo linha

- 1 Um objeto tipo linha pode ser composto por uma ou mais linhas
- 1 Por exemplo, uma objeto que representa a linha de metrô pode ter dois trajetos (ou linhas) diferentes, um de ida e outro de volta num certo trecho.



Objeto tipo vetorial: polígono

- 1 Polígono: é uma linha onde o ponto final e o ponto inicial são o mesmo.



Objetos poligonais

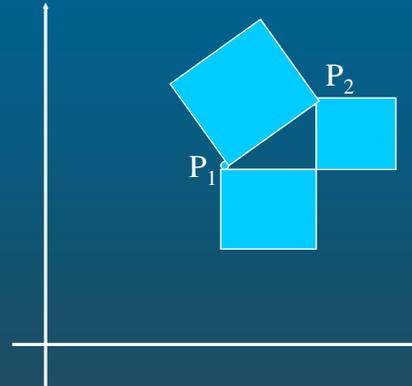
- 1 **Um objeto geográfico (um município, por exemplo) pode ser composto por um ou mais polígonos**
- 1 **Por exemplo, Florianópolis: parte no continente e parte ilha, dois polígonos**

Operações com objetos geográficos em GIS

- 1 **Como fazer operações com objetos geográficos do tipo vetorial?**
- 1 **Por exemplo, precisamos saber:**
 - um ponto está dentro de um polígono?
 - uma linha cruza um polígono?
 - duas linhas se cruzam?
 - um polígono está dentro de outro?
- 1 **No “olho” é fácil. Mas o computador não tem olho.**

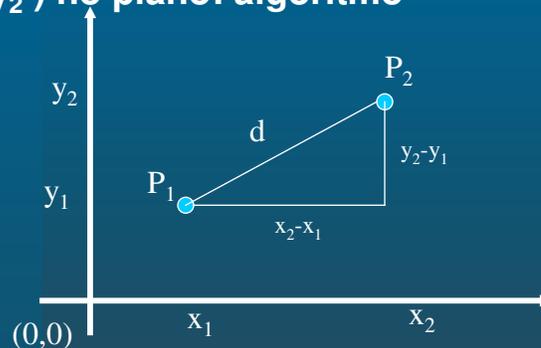
Distância Convencional

- 1 O Teorema de Pitágoras é usado para obter as distâncias convencionais no plano
- 1 d = distância entre os pontos P_1 e P_2



Distância Euclidiana: fórmula

- 1 Distância entre dois pontos $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ no plano: algoritmo

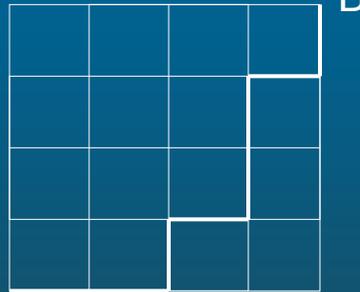


$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Distância “alternativa”

Distância de “Manhattan”

Quantos quarteirões (de carro) para ir de A a B?



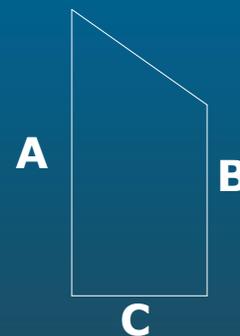
E se as ruas são de mão única?

A

Área (objeto poligonal)

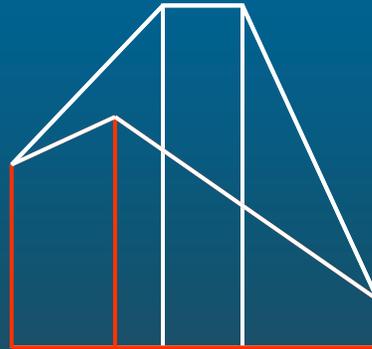
- 1 É fácil obter a área de um trapézio alinhado com o eixo horizontal.

$$C \cdot (A+B) / 2$$



Área (objeto poligonal)

- 1 Para um polígono, some a áreas (positivas e negativas!!) das áreas em forma de trapézio
- 1 Branco=positivas
- 1 Vermelho=negativas



Pontos dentro de polígono

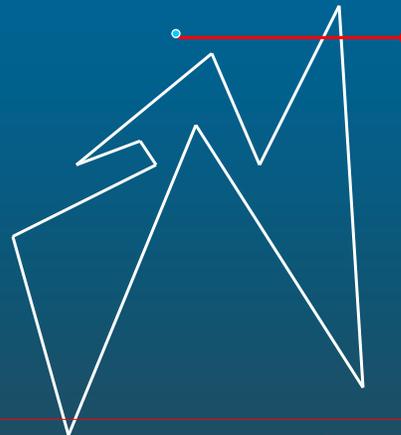
- 1 Envie um “raio” em qualquer direção e conte os cruzamentos:
 - ÍMPAR implica “dentro”
 - PAR implica “fora”



3 Cruzamentos => DENTRO

Pontos dentro de polígono

- 1 Envie um “raio” em qualquer direção e conte os cruzamentos:
 - ÍMPAR implica “dentro”
 - PAR implica “fora”



2 Cruzamentos => FORA

Algoritmos computacionais

- 1 Como fazer as operações dentro do computador?
- 1 Por meio de algoritmos: seqüência finita de passos computacionais que fornece a solução do problema
 - Número primo: divisível exatamente apenas por 1 e por ele mesmo
 - Descubra se 21 é um número primo: teste todos os inteiros de 1 até 21; se apenas 1 e 21 dividirem exatamente então é primo
 - Descubra se existem infinitos números primos: não existe algoritmo para isto.

O algoritmo mais simples de GIS

- 1 A linha que vai do ponto (4,2) até o ponto (2,0) cruza a linha que vai de (0,4) até (4,0)? Se sim, onde é o cruzamento?
- 1 Ache as equações das duas retas e resolva o sistema de equações simultaneamente para obter a interseção

Interseção de dois segmentos



O algoritmo mais simples de GIS

- 1 a equação de uma linha é: $y = a + bx$
onde b é a inclinação da reta
- 1 dados dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) de uma reta, a inclinação b pode ser determinada pela expressão:
– $b = (y_1 - y_2) / (x_1 - x_2)$
- 1 o valor do intersepto a pode ser encontrado resolvendo a equação da reta para qualquer dos dois pontos

A equação de uma reta

- 1 Qual a equação da linha reta $y = a + bx$ que passa pelos pontos $(4, 2)$ e $(2, 0)$?
- 1 O coeficiente angular é
– $b = (2 - 0) / (4 - 2) = 1$
– Assim, a equação deverá ser $y = a + 1x$
- 1 como o ponto $(4, 2)$ está na linha reta, ele deve satisfazer a equação.
- 1 Portanto, temos que $2 = a + 4$ e assim $a = -2$
- 1 Em conclusão, a equação da reta é $y = -2 + x$

Interseção de duas retas

- 1 A linha reta que passa pelos pontos (4,2) e (2,0) cruza a linha reta que passa pelos pontos (0,4) e (4,0)?
- 1 a equação da primeira reta é $y = -2 + x$
- 1 De forma similar, a equação da segunda reta é $y = 4 - x$
- 1 resolvendo simultaneamente o sistema de duas equações, as duas linhas intersectam-se no ponto (3,1).

Sistema de equações

- 1 Quais os valores de x e y que satisfazem ao mesmo tempo as equações das duas retas

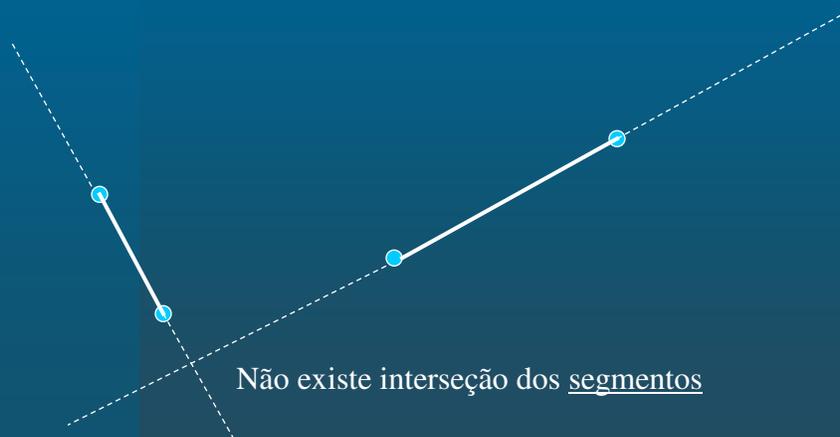
$$\begin{cases} y = -2 + x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

- 1 Somando as duas equações, temos $2y=2$ ou seja, $y=1$.
- 1 Substituindo $y=1$ na primeira equação obtemos $x=3$.
- 1 Assim, interseção ocorre no ponto (3,1)

Interseção de duas retas

- 1 a linha reta
– $y = a_1 + b_1x$
- 1 e a linha reta
– $y = a_2 + b_2x$
- 1 intersectam-se no ponto (x_i, y_i) onde as coordenadas podem ser obtidas pelas seguintes fórmulas
– $x_i = -(a_1 - a_2) / (b_1 - b_2)$
– $y_i = a_1 + b_1x_i$

Mas retas não são segmentos



Interseção de segmentos

- 1 $y = a_1 + b_1x$ e $y = a_2 + b_2x$ intersectam-se em (x_i, y_i)
 - $x_i = - (a_1 - a_2) / (b_1 - b_2)$ e $y_i = a_1 + b_1x_i$
- 1 a coordenada horizontal x_i da interseção está entre x_1 e x_2 se:
 - $(x_1 - x_i) (x_i - x_2) \geq 0$
- 1 similarmente, x_i está entre os extremos horizontais do segmento 2 que conecta (u_1, v_1) e (u_2, v_2) se $(u_1 - x_i) (x_i - u_2) \geq 0$
- 1 precisamos também checar as condições para y_i

Programa computacional

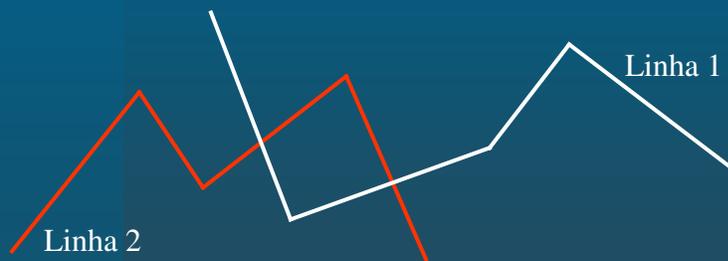
- 1 x e y são usados para segmento 1, u e v para segmento 2
- 1 input x_1, y_1 input x_2, y_2 input u_1, v_1 input u_2, v_2
- 1 calcule
 - $b_1 = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$ e $b_2 = (v_2 - v_1) / (u_2 - u_1)$
 - $a_1 = y_1 - b_1 * x_1$ e $a_2 = v_1 - b_2 * u_1$
 - $x_i = - (a_1 - a_2) / (b_1 - b_2)$ e $y_i = a_1 + b_1 * x_i$
 - SE $(x_1 - x_i) * (x_i - x_2) \geq 0$ E SE $(u_1 - x_i) * (x_i - u_2) \geq 0$ E SE $(y_1 - y_i) * (y_i - y_2) \geq 0$ E SE $(v_1 - y_i) * (y_i - v_2) \geq 0$
 - ENTÃO IMPRIMA “segmentos cruzam-se em”, x_i, y_i
 - SENÃO IMPRIMA “segmentos não se cruzam”

Casos especiais

- 1 se segmento 1 é vertical, uma das instruções (o cálculo de b_1) vai causar um erro pois vai tentar fazer uma divisão por zero: programa vai ser interrompido
- 1 Retas paralelas: neste caso, b_1 e b_2 são iguais e assim x_i não pode ser calculado
- 1 programa deve ser modificado para cuidar desses casos especiais

Linhas complexas: interseção

- 1 considere duas linhas compostas por n_1 e n_2 segmentos de reta
- 1 Como verificar quais são suas interseções?



Linhas complexas: interseção

- 1 pegue o primeiro segmento da linha 1 e teste as interseções com cada um dos segmentos da linha 2 usando o algoritmo simples anterior.
- 1 Repita a operação usando o segundo segmento da linha 1 e verificando sua interseção com cada um dos segmentos da linha 2
- 1 Continue repetindo esta operação até esgotar os segmentos da linha 1.
- 1 a quantidade de trabalho é proporcional ao produto ($n_1 \times n_2$): número de segmentos da linha 1 vezes o número de segmentos da linha 2.

Algoritmos mais eficientes

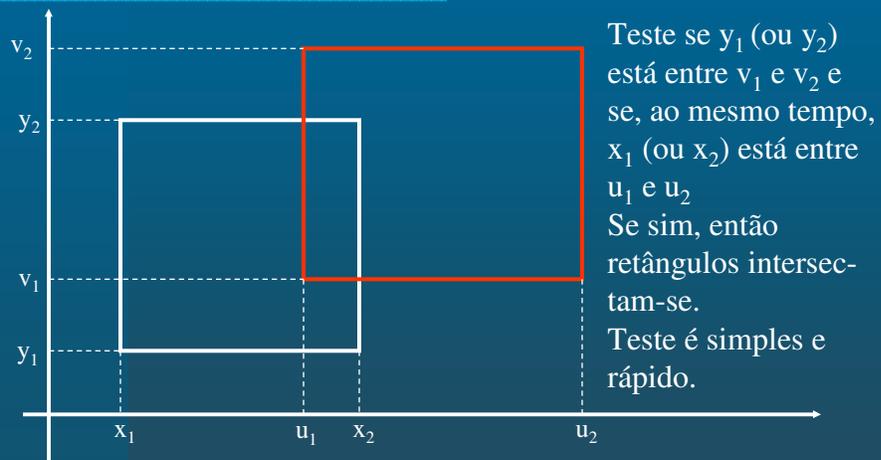
- 1 Ciência da computação procura algoritmos mais eficientes, que executem a mesma tarefa com menos trabalho.
- 1 Vamos ver um exemplo para a interseção de duas linhas.
- 1 Embora este novo algoritmo requeira um passo adicional de processamento, o tempo de processamento será reduzido
- 1 Este novo algoritmo precisa do conceito de retângulo mínimo envolvente

Retângulo mínimo envolvente

- 1 é definido pelos máximos e mínimos das coordenadas horizontais e verticais dos pontos que determinam a linha



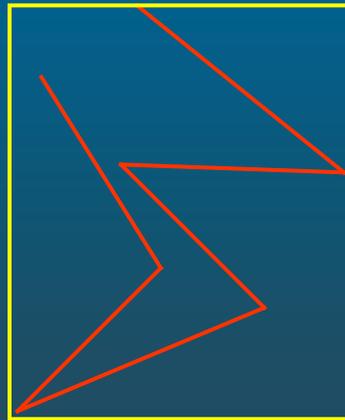
Dois retângulos intersectam-se?



Duas linhas intersectam-se?

- 1 uma verificação rápida e preliminar para a interseção de duas linhas é feita verificando-se se os retângulos mínimos envolventes intersectam-se.
- 1 Se os retângulos não se intersectam, as linhas não podem se intersectar.
- 1 se eles intersectam-se, encontre então o retângulo mínimo envolvente para cada segmento de cada linha para ver quais intersectam-se.

Linhas não se intersectam



Calcule os retângulos envolventes e teste se eles intersectam-se. Teste é mais rápido do que testar se cada segmento de uma das linhas intersecta algum segmento da outra linha.