Lista: Variáveis aleatórias univariadas - Prof. Elias

1. Das variáveis abaixo descritas, assinale quais são binomiais, e para essas dê parâmetros (n e p). Quando julgar que a variável não é binomial, aponte as razões de sua conclusão.
   (a) De uma urna com dez bolas brancas e 20 pretas, vamos extrair, com reposição, cinco bolas. X é o número de bolas brancas nas cinco extrações
   (b) Refaça o problema anterior, mas desta vez as n extrações são sem reposição
   (c) Temos cinco urnas com bolas pretas e brancas e vamos extrair uma bola de cada urna. Suponha que X seja o número de bolas brancas obtidas no final
   (d) Vamos realizar uma pesquisa em dez cidades brasileiras, escolhendo ao acaso um habitante de cada uma delas e classificando-o em pró ou contra um certo projeto federal. Suponha que X seja o número de indivíduos contra o projeto no final da pesquisa
   (e) Em uma indústria existem 100 máquinas que fabricam determinada peça. Cada peça é classificada coo boa ou defeituosa. Escolhemos ao acaso um instante de tempo e verificamos uma peça de cada uma das máquinas. Suponha que X seja o número de peças defeituosas.

2. Na manufatura de um certo artigo, é sabido que um entre dez dos artigos é defeituoso. Qual a probabilidade de que uma amostra casual de tamanho quatro contenha:
   (a) nenhum defeituoso?
   (b) exatamente um defeituoso?
   (c) exatamente dois defeituosos?
   (d) não mais do que dois defeituosos?
   (e) todos defeituosos?

3. Considere que no ítem anterior a amostra de 4 artigos é retirada de uma caixa com 20 artigos, dos quais 5 artigos são defeituosos e 15 perfeitos, e refaça os cálculos.

4. Refaça os cálculos do ítem anterior considerando que a extração é feita com reposição.

5. Considere os modelos Binomial e Hypergeométrico. Avalie as suposições desses modelos nos três ítens anteriores.

6. (Meyer 4.23) Uma fábrica produz 10 recipientes de vidro por dia. Deve-se supor que exista uma probabilidade constante $p = 0.1$ de produzir um recipiente defeituoso. Antes que esses recipientes sejam estocados, eles são inspecionados e os defeituosos são separados. Admita qu exista uma probabilidade constante $r = 0.1$ de que um recipiente defeituoso seja mal classificado. Faça X igual ao número de recipientes classificados como defeituosos ao fim de um dia de produção. (Admita que todos os recipientes fabricados em um dia sejam inspecionados naquele dia.)
   (a) Calcule $P(X = 3)$ e $P(X > 3)$.
   (b) Obtenha a expressão de $P(X = k)$.

7. Verifique se as seguintes funções são funções de densidade de probabilidade
   (a) $x/4$, se 0 < x < 2 e 0 c.c.
   (b) $x/4$, se 1 < x < 3 e 0 c.c.
   (c) $x^2/9$, se 0 < x < 3 e 0 c.c.

8. Considere que de 10 mil segurados numa carteira. De anos anteriores, sabe-se que 0.04% dos segurados sofre algum tipo de sinistro em um ano. Calcule a probabilidade de mais de 4 sofrerem algum sinistro considerando
   (a) a distribuição Binomial

(b) aproximação pela Poisson

(c) aproximação pela Normal

9. (Meyer 4.25) Suponha que a duração da vida (em horas) de uma certa válvula seja uma variável aleatória contínua X com fdp $f(x) = 100/x^2$, para $x > 100$, e zero para quaisquer outros valores de x.

   (a) Qual será a probabilidade de que uma válvula dure menos que 200 horas, se soubermos que ela ainda está funcionando após 150 horas de serviço?

   (b) Se três dessas válvulas forem instaladas em um conjunto, qual será a probabilidade de que exatamente uma delas tenha de ser substituída após 150 horas de serviço?

   (c) Qual será o número máximo de válvulas que poderá ser colocado em um conjunto, de modo que exista uma probabilidade de 0,5 de que após 150 horas de serviço todas elas ainda estejam funcionando?

10. Refaça os cálculos do exercício anterior considerando que $f(x) = \frac{1}{100}e^{-(x-100)/100}$

11. (Meyer 5.1) Suponha que X seja uniformemente distribuida sobre (-1,1). Seja $Y = 4 - X^2$. Achar a fdp de Y, $g(y)$ e fazer seu gráfico. Verifique também que $g(y)$ é a fdp adequada.

12. Do ítem anterior

   (a) Calcule $P(Y < 7/2)$

   (b) Calcule $P(Y > 7/2|Y > 10/3)$

   (c) Encontre q tal que $P(Y < q) = 0.5$

13. (ENADE Estatística 2009) Seja Z o consumo de combustível medido em litros por quilômetro rodado. Assuma que Z tem a função de densidade de probabilidade dada por

$$f(z) = \frac{30^3}{2} z^2 e^{-30z} I_{[0,\infty)}(z)$$

   (a) Encontre a função de densidade de probabilidade do consumo medido em quilômetros rodados por litro de combustível, dado $C = \frac{1}{Z}$.

14. Considere o ítem anterior

   (a) Calcule $P(C < 10)$

   (b) Calcule $P(C > 20)$

   (c) Encontre q tal que $P(C < q) = 0.5$

15. Refaça os cálculos do exercício anterior considerando que $Z \sim Gamma(5, 50)$.