Avaliação 1 CE209, semestre 2011-1 - Prof. Elias T. Krainski - M 01
Aluno:

BOA PROVA!

1. (5pts) Associe a última coluna de acordo com a primeira:

Estudo	Objetivo Principal
Experimental	Estimar parâmetros
Amostral	Estudar efeitos
Observacional	Estudar fenômenos

2. (10pts) Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) as afirmativas a seguir:

   (a) ( ) Uma estatística é suficiente para um parâmetro θ se ela resume toda a informação contida nos dados a respeito desse parâmetro.

   (b) ( ) Numa amostra de tamanho N, temos a realização de N variáveis aleatórias, isto é, o vetor aleatório $(X_1, X_2, ..., X_N)$.

   (c) ( ) $T(X_1, X_2, ..., X_N)$ é suficiente para θ se a distribuição da amostra, $(X_1, X_2, ..., X_N)$, condicionada à $T(X_1, X_2, ..., X_N) = t$ depende de θ.

   (d) ( ) Uma estatística é uma função dos dados, não depende de parâmetros.

   (e) ( ) A distribuição conjunta de $(X_1, X_2, ..., X_N)$ é dada pelo produto $\prod_{i=1}^N f(x_i|\theta)$ se $X_1, X_2, ..., X_N$ forem independentes

3. (20pts) Se $X_1, X_2, ..., X_N$ são v. a. independentes cada uma com função geradora de momentos dada por $M_{X_i}(t)$, então a função geradora de momentos de $\sum_{i=1}^N X_i$ é obtida por $\prod_{i=1}^N M_{X_i}(t)$. Isto é, a função geradora de momentos da soma de variáveis aleatórias i.i.d. é o produto de suas funções geradoras de momentos. Assim, encontre a distribuição de $T = \sum_{i=1}^N X_i$ quando X_i segue uma distribuição:

   a) Poisson b) Normal c) Bernoulli a) Exponencial

4. (10pts) Seja uma a. a. i. i. d. $X_1, X_2, ..., X_N$ com $X_i \sim U(0, 5)$. Encontre a distribuição de $X_{(1)}$, sabendo que a distribuição de $X_{(v)}$ é dada por: $g_v(y) = \frac{N!}{(v-1)!1!(N-v)!} [F(y)]^{v-1}[1 - F(y)]^{N-v} f(y)$

5. (15pts) Seja (X_1, X_2), a.a.i.i.d., com $X_i \sim Bernoulli(\theta)$. Encontre a probabilidade do resultado (x_1, x_2) condicionado a:

   (a) $T = x_1 + x_2 = t$.

   (b) $T = x_1.x_2 = t$.

   (c) Essas estatísticas são suficientes? Justifique.

6. (20pts) Seja $(X_1, X_2, ..., X_N)$, a.a.i.i.d., com $X_i \sim U(0, \theta)$.

   (a) escreva a densidade de X_i, $f(x_i|\theta)$

   (b) escreva função de distribuição de X_i, $F(x_i|\theta)$

   (c) escreva a densidade conjunta de $(X_1, X_2, ..., X_N)$

   (d) verifique se $\sum_{i=1}^N X_i$ é suficiente

   (e) verifique se $X_{(N)}$ é suficiente

7. (20pts) Seja $(X_1, X_2, ..., X_N)$, a.a.i.i.d.. Encontre uma estatística suficiente, mínima e completa para θ, considerando que:

   a) $X_i \sim Poisson(\theta)$ b) $X_i \sim Gamma(\theta, 1)$ c) $X_i \sim Bernoulli(\theta)$

Probabilidade/densidade e função geradora de momentos:

Familia	$f(x\|\theta)$	fgm
Bernoulli(θ)	$\theta^x(1-\theta)^{1-x}$	$(1-\theta+\theta e^t)$
Binomial(n,θ)	$\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}$	$(1-\theta+\theta e^t)^n$
Poisson(θ)	$\theta^x e^{-\theta}/x!$	$e^{(\theta(e^t-1))}$
Exponencial(θ)	$\theta e^{-\theta x}$	$(1-t/\theta)^{-1}$
Gamma(θ, α)	$x^{\alpha-1}e^{-\theta x}/(\Gamma(\theta)\theta^\alpha)$	$(1-t/\theta)^{-\alpha}$
Normal(μ, σ^2)	$(2\pi\sigma^2)^{-0.5}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$e^{\mu t+0.5\sigma^2t^2}$