Avaliação 1 CE209, semestre 2011-1 - Prof. Elias T. Krainski - M 01
Aluno:

BOA PROVA!

1. (20pts) Se $X_1, X_2, ..., X_N$ são amostras aleatórias independentes e identicamente distribuidas, Encontre um estimador suficiente e não viesado para o parâmetro θ, considerando considerando que X_i segue uma distribuição:
   (a) Poisson(θ)
   (b) Normal(0,θ)
2. (20pts) Seja uma a. a. i. i. d. $X_1, X_2, ..., X_N$ com $f_X(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ com $\theta > 0$. Encontre um estimador de θ considerando o método
   (a) de momentos
   (b) de máxima verossimilhança
3. (20pts) Seja uma a. a. i. i. d. $X_1, X_2, ..., X_N$ com $X_i \sim Binomial(n, \theta)$.
   (a) Encontre um estimador de θ considerando o método de máxima verossimilhança
   (b) Encontre um estimador da do risco relativo isto é, de $P(X = 1)/P(X = 0)$
4. (40pts) Seja uma a. a. i. i. d. $X_1, X_2, ..., X_N$ com $X_i \sim U(0, \theta)$
   (a) Encontre o estimador $\tilde{\theta}$ para θ considerando o método dos momentos
   (b) Encontre o estimador $\hat{\theta}$ para θ considerando o método da máxima verossimilhança
   (c) Verifique a consistência do estimador $\tilde{\theta}$
   (d) Verifique a consistência do estimador $\hat{\theta}$
   (e) Qual desses dois estimadores é mais eficientes?
   Use: $g_v(y) = \frac{N!}{(v-1)!1!(N-v)!} [F(y)]^{v-1}[1 - F(y)]^{N-v} f(y)$

Funções de Probabilidades/densidades:

Familia	Dens.Prob	Esperança	Variância
Bernoulli(θ)	$\theta^x(1-\theta)^{1-x}$	θ	$\theta(1-\theta)$
Binomial(n,θ)	$\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}$	$n\theta$	$n\theta(1-\theta)$
Exponencial(θ)	$\theta e^{-\theta x}$	θ^{-1}	θ^{-2}
Normal(μ, σ^2)	$(2\pi\sigma^2)^{-0.5}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2
Uniforme(θ_1, θ_2)	$(\theta_2-\theta_1)^{-1}I_{(\theta_1,\theta_2)}(x)$	$(\theta_1+\theta_2)/2$	$(\theta_2-\theta_1)^2/12$