

Análise de Dados Categóricos

Fernando Lucambio

Departamento de Estatística
Universidade Federal do Paraná

Novembro, 2022

Um teste formal das hipóteses $H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0$ vs. $H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq 0$ pode ser realizado, novamente de várias maneiras. Um teste Wald usa uma estatística de teste

$$Z_w = \frac{\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2}{\sqrt{\frac{\tilde{\pi}_1(1 - \tilde{\pi}_1)}{n_1 + 2} + \frac{\tilde{\pi}_2(1 - \tilde{\pi}_2)}{n_2 + 2}}}$$

e compara essa estatística com a distribuição normal padrão. Observe que o denominador contém a variância estimada de $\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2$ sem considerar a hipótese nula.

As distribuições de probabilidade para estatísticas de teste geralmente são calculadas assumindo que a hipótese nula é verdadeira. No contexto, significa que as probabilidades dos dois grupos são iguais e, portanto, uma variância estimada melhor do que a de Z_w pode ser calculada assumindo que $\pi_1 = \pi_2$. Observe isso implica que Y_1 e Y_2 tenham a mesma distribuição.

Assim, W_1 e W_2 são ambas contagens de sucessos da mesma variável aleatória de Bernoulli e, portanto, w_1 e w_2 podem ser combinados para representar w_+ sucessos em n_+ tentativas. Seja $\tilde{\pi} = w_+/n_+$ a probabilidade estimada de sucesso quando a hipótese nula for verdadeira. Então pode ser mostrado que

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2) = \tilde{\pi}(1 - \tilde{\pi})(1/n_1 + 1/n_2).$$

Isso leva a um teste baseado na comparação da estatística

$$Z_0 = \frac{\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2}{\sqrt{\tilde{\pi}(1 - \tilde{\pi})(1/n_1 + 1/n_2)}}$$

para uma distribuição normal padrão. Este é o teste escore.

Um procedimento mais geral que é usado para comparar contagens observadas com contagens esperadas estimadas de qualquer modelo hipotético é o teste qui-quadrado de Pearson.

Esse teste específico é frequentemente usado para realizar testes de hipóteses em uma configuração de tabelas de contingência e gastaremos muito mais tempo discutindo-o posteriormente. O modelo que está implícito em nossa hipótese nula é um único binômio com n_+ tentativas e probabilidade de sucesso $\tilde{\pi}$.

A estatística de teste é formada pela cálculo da "contagem observada - contagem esperada estimada"²/(contagem esperada estimada) sobre todas as contagens observadas, significando aqui sucessos e falhas nos dois grupos.

O número esperado estimado de sucessos no grupo j sob o modelo de hipótese nula é $n_j\tilde{\pi}$ e, da mesma forma, o número esperado de falhas é $n_j(1 - \tilde{\pi})$.

Assim, a estatística do teste qui-quadrado de Pearson é

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^2 \left(\frac{(w_j - n_j\tilde{\pi})^2}{n_j\tilde{\pi}} + \frac{(n_j - w_j - n_j(1 - \tilde{\pi}))^2}{n_j(1 - \tilde{\pi})} \right).$$

Isso pode ser simplificado para

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^2 \frac{(w_j - n_j\tilde{\pi})^2}{n_j\tilde{\pi}(1 - \tilde{\pi})}.$$

A estatística χ^2 tem uma distribuição de aproximadamente χ_1^2 quando n_1 e n_2 são grandes e quando a hipótese nula é verdadeira.

Se a hipótese nula for falsa, as contagens observadas tendem a não se aproximar do esperado quando a hipótese nula for verdadeira; assim, grandes valores de X^2 relativos à distribuição χ_1^2 levam a uma rejeição da hipótese nula.

Pode ser mostrado que os resultados do teste de qui-quadrado e escore de Pearson são idênticos para essa configuração, porque $X^2 = Z_0^2$ e a distribuição χ_1^2 é equivalente à distribuição de uma variável aleatória normal padrão quadrada, por exemplo, $Z_{0.975}^2 = \chi_{1,0.95}^2 = 3.84$.

Um teste da razão de verossimilhanças (LRT) também pode ser realizado. A estatística de teste pode ser mostrada como

$$\begin{aligned} -2 \log(\Lambda) = & -2 \left(w_1 \log \left(\frac{\tilde{\pi}}{\hat{\pi}_1} \right) + (n_1 - w_1) \log \left(\frac{1 - \tilde{\pi}}{1 - \hat{\pi}_1} \right) \right. \\ & \left. + w_2 \log \left(\frac{\tilde{\pi}}{\hat{\pi}_2} \right) + (n_2 - w_2) \log \left(\frac{1 - \tilde{\pi}}{1 - \hat{\pi}_2} \right) \right), \end{aligned}$$

onde assumimos que $0 \times \log(\infty) = 0$ por convenção. A hipótese nula é rejeitada se $-2 \log(\Lambda) > \chi_{1,1-\alpha}^2$.

Para todos esses testes, o uso da distribuição normal padrão ou qui-quadrado é baseado em aproximações de grandes amostras.

Os testes são assintoticamente equivalentes, o que significa que fornecerão essencialmente os mesmos resultados em amostras muito grandes.

Em amostras pequenas, no entanto, as três estatísticas de teste podem ter distribuições sob a hipótese nula que são bem diferentes de suas aproximações.

Larntz (1978) comparou a score, o LRT e três outros testes em várias configurações de pequenas amostras e descobriu que o teste score claramente mantém seu tamanho melhor do que os outros.

Assim, o teste score é recomendado aqui.

Arremesso de lance livre de Larry Bird.

O objetivo deste exemplo é mostrar como realizar o teste escore, teste qui-quadrado de Pearson e LRT em R. Podemos usar a função **prop.test()** para realizar os testes escore e qui-quadrado de Pearson:

```
prop.test (x = c.table , conf.level = 0.95 , correct = FALSE )
##
## 2-sample test for equality of proportions without continuity
## correction
##
## data:  c.table
## X-squared = 0.27274, df = 1, p-value = 0.6015
## alternative hypothesis: two.sided
## 95 percent confidence interval:
## -0.11218742  0.06227017
## sample estimates:
##   prop 1   prop 2
## 0.8807018 0.9056604
```

O valor do argumento para x é a tabela de contingência. Alternativamente, poderíamos ter atribuído a x um vetor com w_1 e w_2 dentro dele e usado um novo argumento n com um valor vetorial de n_1 e n_2 .

O argumento **correct = FALSE** garante que a estatística de teste seja calculada conforme mostrado por Z_0 ; caso contrário, uma correção de continuidade é aplicada para ajudar a garantir que o teste mantenha seu tamanho igual ou inferior a α .

A saída fornece o valor da estatística de teste como $Z_0^2 = 0.2727$ e um p -valor de $P(A > 0.2727) = 0.6015$, onde A tem uma distribuição χ_1^2 .

A decisão é não rejeitar a hipótese nula. A conclusão é que não há uma mudança significativa na porcentagem de sucesso do segundo lance livre de Bird em relação aos possíveis resultados da primeira tentativa.

Observe que a função **chisq.test()** e o método **summary.table()** também fornecem maneiras de realizar o teste qui-quadrado de Pearson.

O código para o teste da razão de verossimilhanças (LRT) é mostrado abaixo:

```

pi.bar <- colSums (c.table ) [1]/ sum(c.table )
log.Lambda <- c.table [1 ,1] * log(pi.bar / pi.hat.table [1 ,1]) +
  c.table [1 ,2] * log ((1 - pi.bar) / (1- pi.hat.table [1 ,1])) +
  c.table [2 ,1] * log(pi.bar / pi.hat.table [2 ,1]) + c.table [2 ,2] * log ((1 - pi.
test.stat <- -2* log.Lambda
crit.val <- qchisq (p = 0.95 , df = 1)
p.val <- 1- pchisq (q = test.stat , df = 1)
round ( data.frame (pi.bar , test.stat , crit.val , p.val , row.names = NULL ), 4)
## pi.bar test.stat crit.val p.val
## 1 0.8846 0.2858 3.8415 0.593

```

Sob a hipótese nula, a estimativa do parâmetro de probabilidade de sucesso é encontrada usando a soma das contagens na primeira coluna de **c.table** dividida pelo tamanho total da amostra, e o resultado é colocado em **pi.bar**. O código para o objeto **log.Lambda** mostra como converter a maior parte da expressão da razão de verossimilhanças na sintaxe R correta. A estatística de teste transformada é $-2 \log(\Lambda) = 0.2858$, e o *p*-valor é $P(A > 0.2858) = 0.5930$.

Concluimos este exemplo com algumas notas adicionais:

- ▶ Observe que o condicionamento de probabilidade de sucesso no primeiro lance livre perdido foi subtraído do condicionamento de probabilidade de sucesso no primeiro lance livre realizado. Isso é especialmente importante para saber se um teste de hipótese unilateral foi realizado ou se 0 estava fora de um intervalo de confiança. Por exemplo, muitos fãs de basquete pensam que um primeiro lance livre perdido tem um impacto negativo no resultado do segundo lance livre. Se o limite inferior do intervalo fosse positivo, ou seja, todo o intervalo está acima de 0, teria confirmado essa linha de pensamento em relação a Larry Bird.

- ▶ Tal como acontece com outras aplicações de estatísticas, é preciso ter cuidado ao interpretar os resultados em relação à população. Por exemplo, suponha que queiramos fazer algumas afirmações sobre todos os pares de lances livres passados, presentes e futuros de Larry Bird quando os dados foram coletados. Estritamente falando, uma amostra aleatória precisaria ser retirada de toda essa população para formalmente fazer inferências estatísticas. Amostras aleatórias geralmente não são possíveis em um cenário esportivo, como em nosso exemplo, onde temos dados das temporadas da NBA de 1980-1 e 1981-2. A inferência sobre uma população mais ampla de lances livres pode ou não ser apropriada. Por exemplo, a taxa de sucesso de arremesso de lance livre de Larry Bird pode ter mudado de ano para ano devido a treinos ou lesões.

O problema de basear a inferência em $\pi_1 - \pi_2$ é que ela mede uma quantidade cujo significado muda dependendo dos tamanhos de π_1 e π_2 . Por exemplo, considere dois cenários hipotéticos em que a probabilidade de doença é listada para dois grupos de pessoas, digamos, para fumantes (π_1) e para não fumantes (π_2):

1. $\pi_1 = 0.51$ e $\pi_2 = 0.50$
2. $\pi_1 = 0.011$ e $\pi_2 = 0.001$.

Em ambos os casos $\pi_1 - \pi_2 = 0.01$. Mas no primeiro cenário, um aumento de 0.01 devido ao tabagismo é bastante pequeno em relação ao risco já considerável de doença na população não fumante. Por outro lado, o cenário 2 apresenta fumantes com 11 vezes mais chance de doença do que os não fumantes. Precisamos ser capazes de transmitir as magnitudes relativas dessas mudanças melhor do que as diferenças permitem.

Em ambos os casos $\pi_1 - \pi_2 = 0.01$. Mas no primeiro cenário, um aumento de 0.01 devido ao tabagismo é bastante pequeno em relação ao risco já considerável de doença na população não fumante. O cenário 2 apresenta fumantes com 11 vezes mais chance de doença do que os não fumantes.

Neste caso, uma forma preferida de comparar duas probabilidades é através do risco relativo, $RR = \pi_1/\pi_2$, assumindo $\pi_2 \neq 0$. Para o exemplo acima, $RR = 0.011 = 0.001 = 11.0$ para o segundo cenário, o que significa que os fumantes têm 11 vezes mais chances de ter a doença do que os não fumantes. Alternativamente, poderíamos dizer que os fumantes têm 10 vezes mais chances de ter a doença do que os não fumantes. Por outro lado, para o primeiro cenário, $RR = 0.51/0.50 = 1.02$, indicando que os fumantes têm apenas 2% mais chances ou 1.02 vezes mais de ter a doença. Observe que quando $\pi_1 = \pi_2$, $RR = 1$.

Esses valores numéricos são baseados em probabilidades populacionais. Para obter um MLE para RR , podemos fazer uso da propriedade de invariância dos MLEs que nos permite substituir as proporções observadas para as probabilidades, $\widehat{RR} = \widehat{\pi}_1 / \widehat{\pi}_2$, assumindo $\widehat{\pi}_2 \neq 0$. É esta estimativa que é frequentemente dada em reportagens que indicam riscos associados a certos fatores, como tabagismo ou obesidade.

Como o \widehat{RR} é um MLE, a inferência pode ser realizada usando os procedimentos usuais. Acontece que a aproximação normal é bastante para razões, especialmente quando a estimativa no denominador pode ter variabilidade não desprezível como é o caso aqui. A inferência baseada em uma aproximação normal para \widehat{RR} não é recomendada. No entanto, a aproximação normal é um pouco melhor para

$$\log(\widehat{RR}) = \log(\widehat{\pi}_1) - \log(\widehat{\pi}_2).$$

A variância estimada de $\log(\widehat{RR})$ é derivada pelo método delta

$$\widehat{\text{Var}}(\log(\widehat{RR})) = \frac{1 - \widehat{\pi}_1}{n_1 \widehat{\pi}_1} + \frac{1 - \widehat{\pi}_2}{n_2 \widehat{\pi}_2} = \frac{1}{w_1} - \frac{1}{n_1} + \frac{1}{w_2} - \frac{1}{n_2}.$$

Um intervalo de confiança $(1 - \alpha)100\%$ de Wald para o risco relativo da população é encontrado calculando primeiro o intervalo de confiança para $\log(\pi_1/\pi_2)$,

$$\log\left(\frac{\widehat{\pi}_1}{\widehat{\pi}_2}\right) \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{w_1} - \frac{1}{n_1} + \frac{1}{w_2} - \frac{1}{n_2}}.$$

A transformação exponencial é então usada para encontrar o intervalo de Wald para o próprio risco relativo:

$$\exp \left(\log \left(\frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2} \right) \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{w_1} - \frac{1}{n_1} + \frac{1}{w_2} - \frac{1}{n_2}} \right).$$

Quando w_1 e/ou w_2 são iguais a 0, o intervalo de confiança não pode ser calculado.

Um ajuste ad-hoc é adicionar uma pequena constante, como 0.5, à contagem de 0 células e ao total de linhas correspondente. Por exemplo, se $w_1 = 0$, substitua w_1 por 0.5 e n_1 por $n_1 + 0.5$.

Ensaio clínico da vacina Salk.

O objetivo deste exemplo é calcular o risco relativo estimado e o intervalo de confiança para o risco relativo da população para determinar a eficácia da vacina Salk na prevenção da poliomielite.

```
c.table <- array ( data = c(57 , 142 , 200688 , 201087) , dim = c(2 ,2) ,
  dimnames = list ( Treatment = c(" vaccine ", " placebo " ) ,
    Result = c(" polio ", " polio free ")))
```

```
c.table
```

```
##           Result
## Treatment  polio  polio free
##  vaccine    57    200688
##  placebo   142    201087
```

```
pi.hat.table <- c.table / rowSums (c.table )
```

```
pi.hat.table
```

```
##           Result
## Treatment  polio  polio free
##  vaccine  0.0002839423  0.9997161
##  placebo  0.0007056637  0.9992943
```

```
pi.hat1 <- pi.hat.table [1 ,1]
```

```
pi.hat2 <- pi.hat.table [2 ,1]
```

```
round (pi.hat1 /pi.hat2 , 4)
```

```
## [1] 0.4024
```

```
round (1/( pi.hat1 /pi.hat2 ) , 4) # inverted
```

```
## [1] 2.4852
```

```
alpha <- 0.05
n1 <- sum (c.table [ 1 ,])
n2 <- sum (c.table [ 2 ,])
# Wald confidence interval
var.log.rr <- (1- pi.hat1 )/( n1*pi.hat1 ) + (1- pi.hat2 )/( n2*pi.hat2 )
ci <- exp (log(pi.hat1 /pi.hat2 ) + qnorm (p = c( alpha /2, 1- alpha /2 ) ) * sqrt (var.log.rr))
round (ci , 4)
## [1] 0.2959 0.5471
rev( round (1/ci , 4) ) # inverted
## [1] 1.8278 3.3792
```

Definindo o índice 1 para representar o grupo vacina e 2 o grupo placebo, encontramos $\widehat{RR} = 0.40$. A probabilidade estimada de contrair poliomielite é apenas 0.4 vezes ou 40% menor para o grupo da vacina do que para o placebo. O intervalo de confiança é $0.30 < RR < 0.55$. Portanto, com 95% de confiança, podemos dizer que a vacina reduz o risco populacional de poliomielite em 45-70%. Além disso, observe que a função exponencial é calculada usando **exp()** em R, por exemplo, **exp(1)** é 2.718.

A razão para o risco relativo é muitas vezes organizada de modo que $\widehat{RR} \geq 1$. Isso permite uma interpretação atraente de que o grupo representado no numerador tem um risco que é, por exemplo, “11 vezes maior” que o grupo denominador. Isso pode ser mais fácil para um público-alvo apreciar do que a alternativa “0.091 vezes maior”. No entanto, o aplicativo pode ditar qual grupo deve ser o numerador, independentemente das proporções da amostra. Foi o caso do exemplo da vacina Salk, onde é natural pensar na vacina em termos de sua redução de risco.

Além disso, o risco relativo é geralmente uma medida mais útil do que a diferença entre probabilidades quando as estas são bastante pequenas. É de uso limitado de outra forma. Por exemplo, se $\pi_2 = 0.8$; então o risco relativo máximo possível é $1/0.8=1.25$.

Nós nos concentramos até agora em usar probabilidades para medir a chance de um evento ocorrer. Odds podem ser usadas como uma medida semelhante. Odds são a probabilidade de um sucesso dividido pela probabilidade de uma falha,

$$odds = \pi / (1 - \pi).$$

Em algumas áreas de aplicação, como apostas, as probabilidades são usadas quase exclusivamente. Por exemplo, se uma probabilidade for $\pi = 0.1$, então as chances de sucesso correspondentes serão $0.1 / (1 - 0.1) = 1/9$. Isso será chamado de “probabilidades de 9 para 1 contra”, porque a probabilidade de falha é 9 vezes a probabilidade de sucesso. Observe que há uma relação de 1 para 1 entre probabilidade e odds: se você conhece uma, pode encontrar a outra.

Observe também que as odds não têm limite superior, ao contrário das probabilidades. Assim como os riscos relativos, as odds são estimadas com MLEs, substituindo as probabilidades por suas estimativas correspondentes.

Quando há dois grupos, podemos calcular as chances separadamente em cada grupo: $odds_1 = \pi_1/(1-\pi_1)$ e $odds_2 = \pi_2/(1-\pi_2)$. Em seguida, é feita uma comparação das chances usando uma razão de chances. Formalmente, é definido como

$$OR = \frac{odds_1}{odds_2} = \frac{\pi_1/(1-\pi_1)}{\pi_2/(1-\pi_2)} = \frac{\pi_1(1-\pi_2)}{\pi_2(1-\pi_1)}.$$

A razão de chances pode ser estimada substituindo os parâmetros com suas estimativas correspondentes para obter o MLE:

$$\widehat{OR} = \frac{\widehat{odds}_1}{\widehat{odds}_2} = \frac{\widehat{\pi}_1(1 - \widehat{\pi}_2)}{\widehat{\pi}_2(1 - \widehat{\pi}_1)} = \frac{w_1(n_2 - w_2)}{w_2(n_1 - w_1)}.$$

Quando as contagens são escritas na forma de uma tabela de contingência, a razão de chances estimada é um produto das contagens na “diagonal” superior esquerda para inferior direita da tabela, dividida por um produto das contagens fora da diagonal.

Interpretação

Determinar se uma razão de chances é ou não igual a 1, maior que 1 ou menor que 1 costuma ser interessante. Uma razão de chances igual a 1 significa que as chances do grupo 1 são iguais às chances do grupo 2. Assim, podemos dizer que as chances não dependem do grupo; ou seja, as chances de sucesso são independentes da designação do grupo.

Uma razão de chances maior que 1 significa que as chances de sucesso são maiores para o grupo 1 do que para o grupo 2. O oposto é verdadeiro para uma razão de chances menor que 1. Observe que $OR = 1$ implica que $RR = 1$ e $\pi_1 = \pi_2$ e vice-versa. Por causa dessa equivalência, os procedimentos de teste de hipóteses da Seção 1.2.3 podem ser usados equivalentemente para testar $H_0 : OR = 1$ vs. $H_1 : OR \neq 1$.

Intervalos confidenciais

Assim como com os riscos relativos, a distribuição de probabilidade de $\log(\widehat{OR})$ é melhor aproximada por uma distribuição normal do que a própria distribuição de probabilidade de \widehat{OR} . A variância de $\log(\widehat{OR})$ é novamente encontrada usando o método delta e tem uma forma particularmente fácil:

$$\widehat{\text{Var}}(\log(\widehat{OR})) = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{n_1 - w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{n_2 - w_2}.$$

O intervalo de confiança de Wald $(1 - \alpha)100\%$ para OR torna-se

$$\exp \left(\log(\widehat{OR}) \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{n_1 - w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{n_2 - w_2}} \right).$$

Lui and Lin (2003) mostram que o intervalo é conservador em relação ao seu verdadeiro nível de confiança, onde o grau de sua conservatividade é dependente de π_1 , π_2 e n_+ .

O verdadeiro nível de confiança está um pouco acima do nível declarado na maioria das vezes. No entanto, o intervalo é muito conservador para pequenos e grandes π_1 e π_2 e pequenos n_+ . Esses são casos que provavelmente produzirão contagens de células muito pequenas na tabela de contingência observada correspondente, e isso leva a alguma instabilidade nas estimativas de *OR* e sua variância correspondente.

Contagens zero em qualquer lugar na tabela de contingência fazem com que a razão de chances estimada seja 0 ou indefinida e a variância correspondente seja indefinida.

Pequenos ajustes nas contagens geralmente são feitos nessas situações. Por exemplo, podemos usar

$$\widetilde{OR} = \frac{(w_1 + 0.5)(n_2 - w_2 + 0.5)}{(w_2 + 0.5)(n_1 - w_1 + 0.5)}$$

como uma estimativa da razão de chances.

A adição de 0.5 a cada contagem de células leva a razão de chances estimada a ser mais próxima de 1 do que sem o ajuste.

A variância estimada para $\log(\widehat{OR})$ também pode ser alterada para ter 0.5 adicionado a cada contagem dentro dela.

Um intervalo de confiança de Wald ajustado pode então ser formado com \widetilde{OR} e essa nova variância fazendo as substituições apropriadas.

Observe que algumas pessoas defendem fazer esse ajuste o tempo todo, mesmo quando não há contagens de 0. A principal vantagem dessa abordagem é que o intervalo de confiança é mais curto, devido às observações “adicionais”, do que sem esse ajuste.

Lui and Lin (2003) mostram esse intervalo de Wald ajustado para atingir um nível de confiança verdadeiro muito semelhante ao intervalo sem o ajuste.

Ensaio clínico da vacina Salk.

O objetivo deste exemplo é estimar a razão de chances que descreve a relação entre vacina e poliomielite. Codificamos os dados para que w_1 seja a contagem de crianças contraindo poliomielite no grupo da vacina e w_2 seja a mesma contagem para placebo. Continuando o código anterior, obtemos o seguinte:

```
# OR
OR.hat<-c.table[1,1]*c.table[2,2] / (c.table[2,1]*c.table[1,2])
round(OR.hat, 2)
## [1] 0.4

round(1/OR.hat, 2)
## [1] 2.49

alpha<-0.05
var.log.or<-1/c.table[1,1] + 1/c.table[1,2] + 1/c.table[2,1] + 1/c.table[2,2]
OR.CI<-exp(log(OR.hat) + qnorm(p = c(alpha/2, 1-alpha/2)) * sqrt(var.log.or))
round(OR.CI, 2)
## [1] 0.30 0.55

rev(round(1/OR.CI, 2))
## [1] 1.83 3.38
```

```

library(vcd) # Visualizing categorical data package
save.OR<-oddsratio(x = c.table, log = TRUE)
attributes(save.OR) # names( ) does not work

## $names
## [1] "coefficients" "dimnames"      "dim"          "vcov"         "contrasts"
## [6] "log"
##
## $class
## [1] "loddsratio"
summary(save.OR)

##
## z test of coefficients:
##
##
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## vaccine : placebo / polio : polio free -0.91079  0.15683 -5.8074 6.343e-09
##
## vaccine : placebo / polio : polio free ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
confint(save.OR, level = 0.95)

##
##              2.5 %    97.5 %
## vaccine : placebo / polio : polio free -1.218173 -0.6034058
OR.tilde<-((c.table[1,1]+0.5)*(c.table[2,2]+0.5))/((c.table[1,2]+0.5)*(c.table[2,1]+0.5))
log(OR.tilde) # Does not match vcd's Log(OR^)
## [1] -0.9055709
sqrt(1/(c.table[1,1]+0.5) + 1/(c.table[2,2]+0.5) + 1/(c.table[1,2]+0.5) + 1/(c.table[2,1]+0.5))
dard error (sqrt(var^(Log(OR^)))
## [1] 0.1562652

```


Encontramos $\widehat{OR} = 0.40$, então as chances estimadas de contrair poliomielite são 0.4 vezes ou 60% menores quando a vacina é administrada do que quando um placebo é administrado.

O intervalo de confiança de 95% é $0.30 < OR < 0.55$. Como 1 não está dentro do intervalo, há evidências suficientes para indicar que a vacina diminui as verdadeiras chances e, portanto, a probabilidade de contrair poliomielite. Observe que não incluímos a palavra estimada na última frase porque interpretamos OR em vez de \widehat{OR} .

Alternativamente, poderíamos interpretar as razões de chance invertidas em termos de proteção devido à vacinação: As chances estimadas de estar livre da pólio são 2.49 vezes maiores quando a vacina é administrada do que quando o placebo é administrado.

O intervalo de confiança de 95% para a razão de chances é (1.83; 3.38). Observe que a função **rev()** inverte a ordem dos elementos dentro do objeto entre parênteses. Isso é feito para que o valor mais baixo do intervalo de confiança apareça primeiro no vetor resultante.

Esses valores calculados são essencialmente os mesmos de quando exploramos o mesmo exemplo usando o risco relativo. Isso ocorre porque (a) a probabilidade de contração da pólio é muito baixa em ambos os grupos (cerca de 1/1.000) e (b) o tamanho da amostra é muito grande aqui. Em amostras menores, as estimativas \widehat{RR} e \widehat{OR} ainda seriam bastante semelhantes, mas os intervalos de confiança teriam diferido. A diferença nos intervalos de confiança decorre da diferença nas variâncias: em amostras muito grandes, tanto $1/(n_j - w_j)$ quanto $-1/n_j$ são insignificantes em relação a $1/w_j, j = 1, 2$.

Arremesso de lance livre de Larry Bird.

A razão de chances estimada é $\widehat{OR} = 0.77$, e o intervalo de confiança de 95% para OR é (0.29, 2.07). Como a razão de chances estimada é menor que 1, decidimos invertê-la para ajudar na sua interpretação.

As chances estimadas de uma segunda tentativa de lance livre bem-sucedida são 1.30 vezes maiores do que quando o primeiro lance livre é perdido do que quando o primeiro lance livre é feito. Além disso, com 95% de confiança, as chances de uma tentativa bem-sucedida de lance livre são entre 0.48 e 3.49 vezes maiores do que quando o primeiro lance livre é perdido do que quando o primeiro lance livre é feito. Como 1 está dentro do intervalo, não há evidências suficientes para indicar uma diferença real nas chances de sucesso.