Trabalho No.1

CE313 - Estatística não-paramétrica

21 de março de 2024

Redigir de maneira individual e entregar na área correspondente no sistema **Microsoft Teans** um relatório eletrônico até o dia **3 de abril de 2024**.

1. Seja $X \sim Bernoulli(1/2)$ e considere todas as possíveis amostras aleatórias de tamanho $n = 3$. Calcule $\overline{X}_n$ e S_n^2 para cada uma das oito amostras. Encontre a função de probabilidade de $\overline{X}_n$ e S_n^2.

2. Um dado é lançado. Seja X o valor da face superior que aparece e X_1, X_2 duas observações independentes de X. Encontre a função de probabilidade de $\overline{X}_n$.

3. Provar que, qualquer seja a amostra aleatória $X_1.X_2, \cdots, X_n$ sempre cumpre-se que $X_{(1)} \leq X \leq X_{(n)}$.

4. Seja $X_1, \cdots, X_n$ uma amostra aleatória $Poisson(\theta)$. Encontre $\mathrm{Var}(S_n^2)$ e compare-a com $\mathrm{Var}(\overline{X}_n)$.

5. Sejam $X_1, X_2, \cdots, X_m$ e $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ amostras independentes de duas distribuições absolutamente contínuas. Encontre o estimador não viciado de mínima variância de: (a) $\mathrm{E}(XY)$ e (b) $\mathrm{Var}(X + Y)$.

6. Seja f a função de densidade da função de distribuição F e

$$\widehat{f}(x) = \frac{1}{2nh} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}_{(x-h,x+h)}(X_i),$$

um estimador da função de densidade, sendo h um número real conhecido como largura de banda. Então, com probabilidade 1,

$$2nh\widehat{f}(x) \sim Binomial(n, p),$$

sendo $p = F(x+h) - F(x-h)$. Encontrar (a) $\mathrm{E}\big(\widehat{f}(x)\big)$ e (b) $\mathrm{Var}\big(\widehat{f}(x)\big)$.