SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Psicometria Aplicada à Avaliação Educacional: fundamentos e aplicações da Teoria da Resposta ao Item (TRI)

André Felipe Zilio da Silva – Estatístico

Apresentação Pessoal

André Felipe Zilio da Silva

Formação

• Graduado em Estatística (UFPR – 2012-2)

• Mestre em Métodos Estatísticos em Avaliação Educacional (UFSC-2020)

Atuação

•Estatístico – Secretaria Municipal da Educação – Curitiba

•Professor/Instrutor do Curso Grau

Distribuição de Conteúdos

Aula 1 – 03/11

a) Fundamentos da Psicometria: conceitos fundamentais, construtos latentes, mensuração e erro de medida.
b) Avaliação educacional: contextualização das avaliações em larga escala, com exemplos didáticos que permitam compreender a necessidade de métodos de mensuração como a TRI.
c) Teoria Clássica dos Testes (TCT): conceitos fundamentais, escore observado, escore verdadeiro, erro de medida e análise de itens.
d) Teoria da Resposta ao Item (TRI): fundamentos, pressupostos e principais modelos; interpretação dos parâmetros dos itens e da Curva Característica do Item (CCI); aplicações e limitações dos modelos.
e) Validade dos instrumentos de avaliação: conceitos de validade e apresentação de evidências necessárias para sustentar as interpretações dos resultados.
f) Exemplo prático: elaboração de um questionário, análise das respostas e introdução à construção de uma escala de mensuração.

Distribuição de Conteúdos

Aula 2 – 05/11

a) Bases de Avaliação Educacional
b) Pré-teste e Análise inicial dos itens
c) Calibração dos itens: estimação dos parâmetros dos itens por meio dos modelos da TRI.
d) BIB em Avaliação Educacional
e) Curva Característica do Item (CCI) e Curva de Informação: interpretação gráfica do comportamento dos itens e de sua contribuição para a precisão da mensuração.
f) Estimação das proficiências: obtenção das estimativas de proficiência dos estudantes e análise da incerteza associada às medidas.
g) Funcionamento Diferencial do Item (DIF)
h) Definição e transformação da escala de proficiência: compreensão da construção da escala e dos procedimentos de transformação dos resultados para uma métrica de referência.
i) Níveis de desempenho: definição de pontos de corte e interpretação pedagógica das escalas de proficiência, relacionando os resultados às habilidades avaliadas.

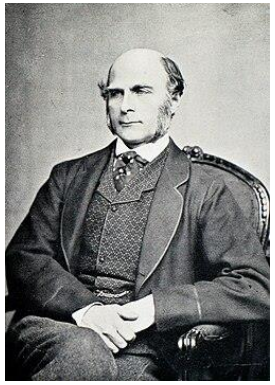
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Distribuição de Conteúdos

Aula 2 – 05/11

j) Seleção e utilização de itens âncora: critérios para seleção de itens comuns entre diferentes edições e sua utilização na ligação das escalas de proficiência.
k) Equalização: procedimentos para estabelecer a comparabilidade entre resultados de diferentes provas e edições de uma avaliação, com discussão sobre os requisitos para o acompanhamento da evolução da aprendizagem.
l) Indicadores Educacionais – Indicador Socioeconômico (Modelo
m) Modelo de Resposta Graduada – Questionário Contextual (exemplo)
n) Modelo de Resposta Nominal – Estimar Gabarito de uma avaliação
o) CAT - Testes Adaptativos

Conceitos de Psicometria



Francis Galton (1822 -1911)

- Considerado o criador da psicometria
- Criação dos primeiros testes de inteligência
- Testes mentais para avaliar funções cognitivas e habilidades humanas

medida dos processos mentais

- **PARTE 1** - Final do século XIX: foco inicial na medição de capacidades mentais (inteligência, percepção e diferenças individuais).
- **PARTE 2** - Início do século XX: expansão para testes psicológicos e educacionais, medindo inteligência, aptidões e habilidades.
- **PARTE 3** - Décadas de 1930–1950: ampliação do conceito de medida para atitudes, personalidade, interesses e características sociais, com o desenvolvimento de escalas e questionários.
- **PARTE 4 -** Década de 1960 em diante: com a Psicometria Moderna (TRI), passando a modelar diferentes tipos de traços latentes, não apenas processos mentais, mas também competências, proficiências e respostas comportamentais.

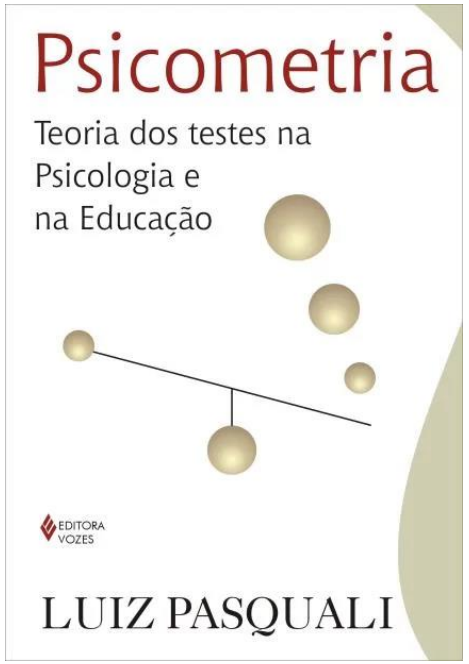
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
UFPR UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Prefeitura de CURITIBA

Conceitos de Psicometria

- É a área de estudo relacionada às teorias e técnicas de mensuração psicológica e educacionais, abrangendo a avaliação de conhecimentos, habilidades, atitudes e outras características dos indivíduos.

- Está associada à construção, validação e aplicação de instrumentos de medida, como questionários, provas, escalas e testes.

- Busca compreender o significado das respostas fornecidas pelos indivíduos a um conjunto de tarefas ou itens, permitindo mensurar características latentes, ou seja, atributos que não podem ser observados diretamente.



SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

Conceitos de Psicometria

Traço Latente ➡ Características não observável

- Grau de satisfação
- Grau (Estado) de depressão
- Nível de sintoma de asma
- Nível de qualidade de vida
- Proficiência em Língua Portuguesa
- Nível de Raciocínio Diagnóstico/Enfermagem
- Desempenho Logístico no Serviço ao Cliente
- Desempenho ambiental organizacional
- Estilo de vida
- Nível (Grau) de Memória
- FIB: Felicidade Interna Bruta

…



- É uma característica que não pode ser observada diretamente.
- É inferida por meio de comportamentos ou respostas observáveis.
- Na TRI, geralmente é representada pela letra grega θ (teta).

Conceitos de Psicometria

Traço Latente:
Grau de Memória

TESTE DE MEMORIA

Assinale os itens que se aplicam a você.

Você se esquece de...

	Raramente	Às vezes	Com freqüência	Sempre
01 compromissos				
02 pagar contas				
03 levar suas coisas com você				
04 objetos pessoais em lugares públicos				
05 dar recados				
06 o caminho a ser tomado para chegar a lugares conhecidos				
07 itens da rotina diária, como escovar os dentes ou tomar banho				
08 atividades de manutenção da casa, como tirar o lixo, lavar louça e arrumar as camas				
09 desligar ou ligar utensílios domésticos, como ferro elétrico e forno				
10 comprar certas coisas no supermercado				
11 fazer tarefas em determinado lugar				
12 nomes das pessoas				
13 números de telefone				
14 endereços				
15 nomes de lugares familiares				
16 ocasiões especiais, como aniversários e festas				
17 conversas				
18 acontecimentos recentes, como onde jantou ontem e o que comeu no almoço				
19 onde guardou seus pertences				
20 onde as coisas são guardadas habitualmente, procurando-as em lugar errado				

Conceitos de Psicometria – Instrumentos de Medida

- Os instrumentos de medida são ferramentas utilizadas para coletar informações sobre características que desejamos mensurar, como conhecimentos, habilidades, inteligência, motivação e atitudes.

- Como essas características geralmente não podem ser observadas diretamente, utilizamos instrumentos que permitem obter respostas ou comportamentos observáveis, que servirão como evidências para estimá-las.

Instrumento	**O que podemos investigar?**	**Exemplo de informação observada**
Provas educacionais	Proficiência em Matemática	Respostas corretas e incorretas
Testes psicológicos	Inteligência ou raciocínio	Desempenho em tarefas específicas
Questionários	Motivação ou satisfação	Respostas às afirmações apresentadas
Escalas de atitudes	Opiniões e atitudes	Grau de concordância com determinadas afirmações
Testes de habilidades	Capacidade de executar determinadas tarefas	Acertos, erros e tempo de execução

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Conceitos de Psicometria – Instrumentos de Medida

1) Validade: estamos medindo aquilo que queremos medir?

Um instrumento pode produzir respostas corretamente registradas e, ainda assim, não fornecer evidências adequadas para a finalidade pretendida.

2) Precisão ou confiabilidade: estamos obtendo resultados consistentes?

a) Teste-reteste: compara os resultados obtidos em duas aplicações do mesmo instrumento em momentos diferentes.
b) Consistência interna: investiga o quanto os itens apresentam relações coerentes entre si, considerando o que o instrumento pretende medir.
c) Formas paralelas: compara resultados de versões equivalentes de um instrumento.

Conceitos de Psicometria – Instrumentos de Medida

3) Padronização: todos estão sendo avaliados em condições comparáveis?

a) Instruções uniformes: todos recebem as mesmas orientações.
b) Tempo de aplicação definido: os participantes realizam a avaliação sob condições comparáveis.
c) Critérios de correção claros: as respostas são avaliadas segundo regras previamente estabelecidas.
d) Procedimentos de aplicação documentados: as orientações são conhecidas e aplicadas de maneira consistente.

Conceitos de Psicometria

Exercícios

1) Analise as afirmações e classifique-as como verdadeiras (V) ou falsas (F).

( ) A Psicometria estuda métodos para mensurar características psicológicas e outras características latentes.

( ) Uma característica latente é sempre impossível de mensurar.

( ) As respostas de um estudante a uma prova podem fornecer evidências sobre sua proficiência.

( ) Se dois estudantes acertarem o mesmo número de questões, necessariamente terão a mesma proficiência.

( ) Questionários, provas e testes podem ser utilizados como instrumentos de mensuração.

( ) A característica latente é observada diretamente da mesma forma que a idade de uma pessoa.

( ) As respostas de um indivíduo podem sofrer influência de fatores diferentes da característica que se deseja medir.

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Conceitos de Psicometria

Exemplo

2) Uma equipe de pesquisadores deseja investigar a satisfação dos professores com as condições de trabalho.

Para isso, elabora um questionário com as seguintes afirmações:

1. Estou satisfeito com as condições físicas do meu ambiente de trabalho.
2. Tenho os recursos necessários para realizar minhas atividades.
3. Sinto-me motivado para desempenhar minhas funções.
4. Considero adequada a comunicação entre os profissionais da instituição.

Os participantes devem responder utilizando uma escala de 1 a 5, em que:

1 — Discordo totalmente.
2 — Discordo parcialmente.
3 — Não concordo nem discordo.
4 — Concordo parcialmente.
5 — Concordo totalmente.

a) Qual é a característica que os pesquisadores desejam investigar?

b) Por que essa característica pode ser considerada latente?

c) Qual é o instrumento de mensuração utilizado?

d) Por que é importante avaliar se as questões realmente medem a característica pretendida?

e) Todas as quatro afirmações necessariamente medem exatamente a mesma característica? Justifique.

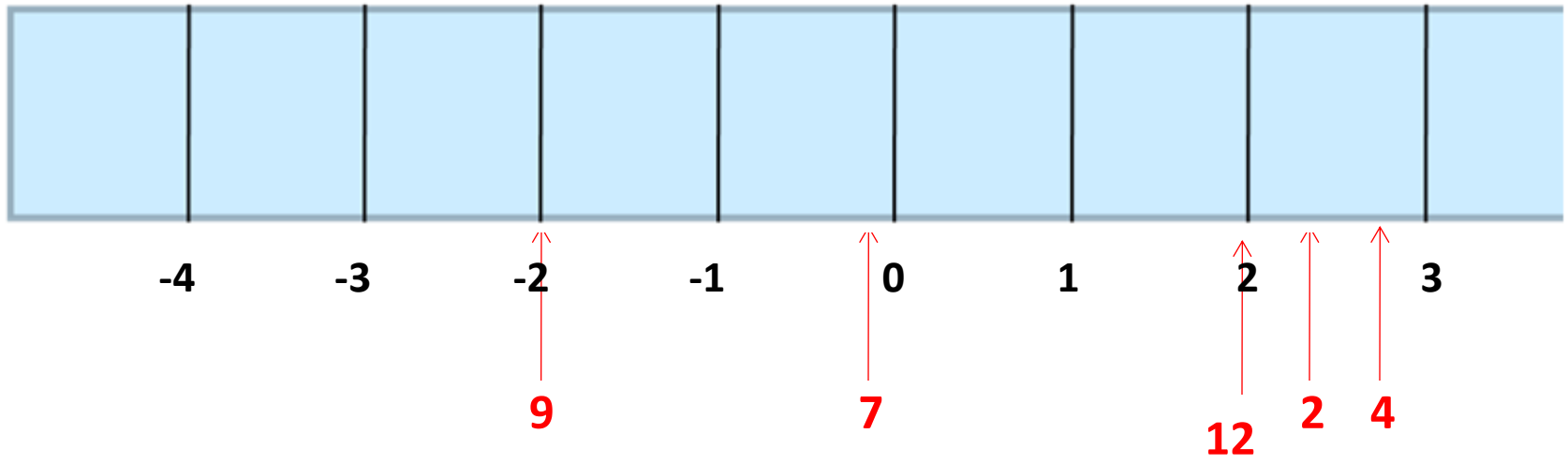
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
UFPR UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Prefeitura de CURITIBA

Conceitos de Psicometria – Instrumento para medir altura

- 1. ( ) Na cama, eu frequentemente sinto frio nos pés.
- 2. ( ) Eu frequentemente desço as escadas de dois em dois degraus.
- 3. ( ) Eu acho que me daria bem em um time de basquete.
- 4. ( ) Como policial, eu impressionaria muito.
- 5. ( ) Na maioria dos carros eu me sinto desconfortável.
- 6. ( ) Eu literalmente olho para meus colegas de cima para baixo.
- 7. ( ) Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
- 8. ( ) Você abaixa quando vai passar por uma porta?
- 9. ( ) Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
- 10. ( ) Você regulava o banco do carro para trás?
- 11. ( ) Normalmente quando você está andando de carona lhe oferecem o banco da frente?
- 12. ( ) Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras, onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?
- 13. ( ) Você tem dificuldade para se acomodar no ônibus?
- 14. ( ) Em uma fila, por ordem de tamanho, você é sempre colocado atrás?

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Posicionamento dos respondentes e dos itens na mesma escala



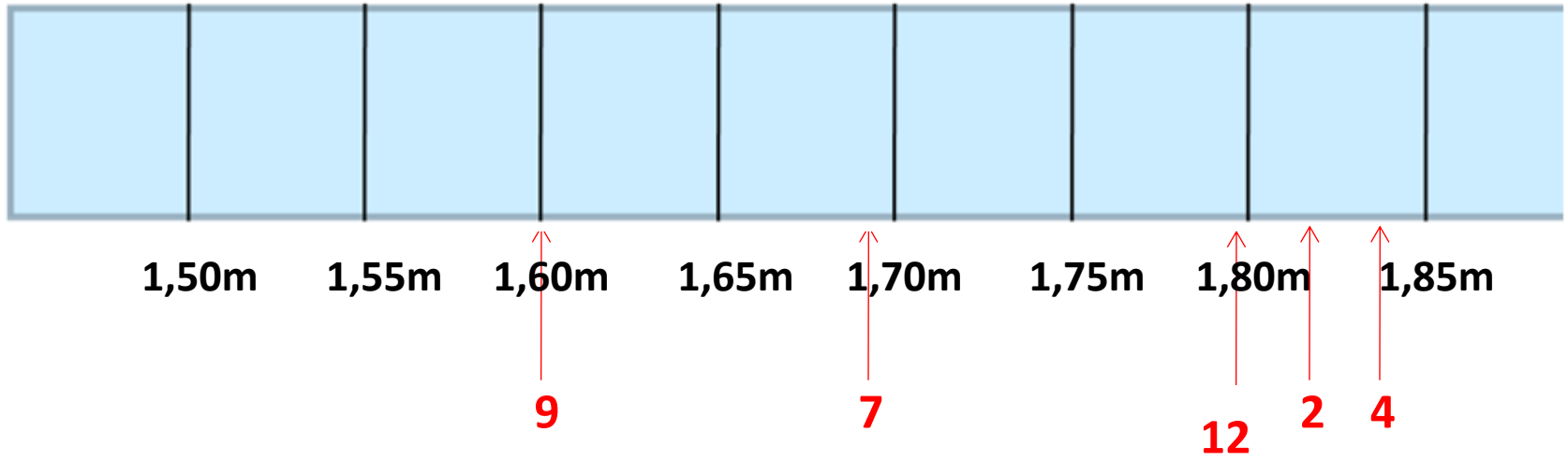
- 2. Eu frequentemente desço as escadas de dois em dois degraus.
- 4. Como policial, eu impressionaria muito.
- 7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
- 9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
- 12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Medida: “Brincando” com Altura



Posicionamento dos respondentes e dos itens na mesma escala



- 2. Eu frequentemente desço as escadas de dois em dois degraus.
- 4. Como policial, eu impressionaria muito.
- 7. Você é capaz de pegar um objeto no alto de um armário, sem usar escada?
- 9. Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?
- 12. Quando você e várias pessoas vão tirar fotos, formando-se três fileiras onde ninguém ficará agachado, você costuma ficar atrás?

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Conceitos de Psicometria

Psicometria Clássica Teste como um todo

- Baseada em Teoria Clássica dos Testes (TCT)
- Foco: Confiabilidade e Validade dos instrumentos
- Resultados total do teste (pontuação absoluta do individuo)

Psicometria Atual Cada item individualmente

- Baseada na Teoria da Resposta ao Item (TRI)
- Modelagem das Respostas
- Testes adaptativos
- Medição mais precisa
- Equidade e Viés (DIF – Differential Item Functioning)

A **Teoria da Resposta ao Item (TRI)** é um conjunto de modelos probabilísticos que busca estimar a habilidade ou traço latente de um indivíduo a partir de suas respostas a cada item de um teste.

Avaliação Educacional no País

Saeb

Sistema de Avaliação da Educação Básica

- *O **Saeb** avalia a qualidade da Educação Básica, oferecendo subsídios para a formulação, reformulação e **monitoramento** das **políticas educacionais.***

- **Década de 80:** Primeiros Projetos/iniciativas de avaliações.
- **1990:** Primeira Avaliação: Amostral em Escolas Públicas da rede urbana
  (LP + MT+ Ciências + Redação -> (1ª,3ª,5ª,7ª) | 133 mil alunos.
- **1993:** Periodicidade – Aplicada a cada dois anos
- **1995:** Adotada a TRI: Permitindo comparabilidade entre os resultados das avaliações
  ao longo do tempo e questionários contextuais.
- **1997:** Elaboração de Matriz Curricular e Escala de Proficiência (4ª série e 8ª série)

...

INEP - TCT x TRI

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Ensino Básico

SAEB — Fase 1: 1990 a 1994 **TCT** | Fase 2: A partir de 1995 **TRI**

ENEM — Fase 1: 1998 a 2008 (63 itens) **TCT** | Fase 2: A partir de 2009 (Seleção) **TRI**

ENCCEJA — 2009 - Tenha, no mínimo, **15 anos completos** na data de realização do Exame, para quem busca **a certificação do ensino fundamental**; ou tenha, no mínimo, **18 anos completos** na data de realização do Exame, para quem busca a **certificação do ensino médio**; **TRI**

CNCA — 2023 – Avaliação da Alfabetização **TRI**

Ensino Superior

ENADE — **Teoria Clássica**

ENAMED — **TRI**

Instrumento de Avaliação

- **Matriz de Referência ->** Instrumento norteador para construção de itens (INEP,2010) (estão contidos -> habilidades e descritores)

H4: Tratamento da Informação (habilidade)
D34: Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. (descritor)

- **Item:** Sinônimo de Questão (na educação)

1. Texto – Base (pode ou não aparecer)
2. Enunciado – comando
3. Alternativas: Gabarito e distratores

Múltipla escolha
Certo ou errado
Resposta fechada
Resposta curta aberta ou resposta construída
Dissertativo (redação)



SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Avaliação Educacional

https://www.tudosaladeaula.com/2019/04/habilidades-da-bncc-de-matematica-do-5-ano-do-ensino-fundamental/

Avaliação Educacional

(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Questão 1 – Lançamento de um dado

Um dado comum possui seis faces numeradas de 1 a 6. Todas as faces têm a mesma chance de ficar voltadas para cima. Ao lançar esse dado uma vez, qual é a probabilidade de obter o número 4?

A) 4/6
B) 1/6
C) 1/4
D) 1/2

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Avaliação Educacional

(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Alternativa	Interpretação do raciocínio do estudante
A) 4/6	Considera o número 4 como a quantidade de resultados favoráveis, em vez de identificar que existe apenas uma face com esse número.
B) 1/6	Correta. Identifica um resultado favorável entre seis resultados possíveis e equiprováveis.
C) 1/4	Pode confundir o número solicitado no enunciado com o total de possibilidades ou utilizar o número 4 como denominador.
D) 1/2	Pode associar a probabilidade à ideia de metade das possibilidades, sem identificar corretamente os resultados favoráveis.

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

Prefeitura de
CURITIBA

Avaliação Educacional

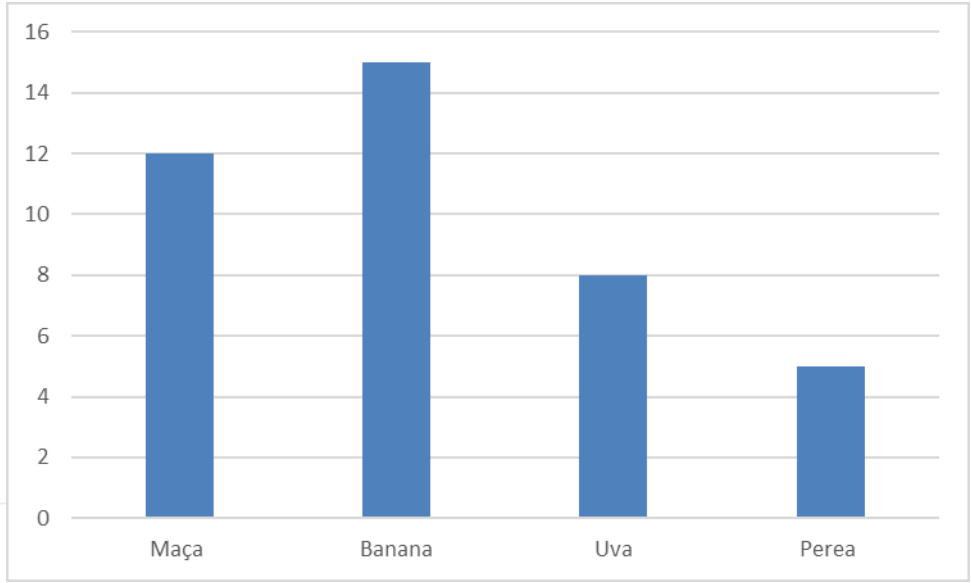
(EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Item 2 – Interpretação de gráfico de colunas

Uma escola realizou uma pesquisa para saber qual fruta os estudantes preferem levar para o lanche. O gráfico apresenta os resultados obtidos com 40 estudantes.

Quantos estudantes escolheram banana ou maçã?

A) 15 estudantes.
B) 20 estudantes.
C) 27 estudantes.
D) 40 estudantes.



SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Avaliação Educacional

(EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Alternativa	Análise do raciocínio
A) 15 estudantes.	Considera apenas a quantidade de estudantes que escolheram banana, desconsiderando aqueles que escolheram maçã.
B) 20 estudantes.	Pode indicar dificuldade na leitura dos valores do gráfico ou erro na adição das frequências das duas categorias. Entretanto, não representa um erro específico suficientemente definido.
C) 27 estudantes.	Gabarito. Identifica as frequências de banana (15) e maçã (12) e realiza corretamente a adição: 15 + 12 = 27.
D) 40 estudantes.	Confunde a quantidade de estudantes que escolheram duas categorias com o total de participantes da pesquisa.

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Exemplo de item

Habilidade: Analisar o processo saúde-doença em coletividade

Texto Base:

A dengue é uma doença viral transmitida pelo mosquito *Aedes aegypti*, que ocorre com maior frequência em regiões tropicais e subtropicais. Os sintomas incluem febre alta, dores musculares e articulares, além de manchas na pele. Em alguns casos, a doença pode evoluir para formas graves, como a dengue hemorrágica, que pode levar a choque circulatório e morte. Fatores como saneamento básico inadequado, acúmulo de água parada e falta de conscientização da população contribuem para a proliferação do mosquito transmissor.

Enunciado:

Com base no texto, qual das alternativas abaixo melhor reflete uma medida eficaz para o controle da dengue em comunidades?

Alternativas:

a) Focar exclusivamente no tratamento médico de pacientes diagnosticados com dengue. **(DISTRATOR)**

b) Investir em campanhas de conscientização sobre eliminação de criadouros do mosquito *Aedes aegypti*. **(GABARITO)**

c) Desenvolver vacinas para tratar pessoas já infectadas com o vírus da dengue. **(DISTRATOR)**

d) Priorizar o uso de medicamentos antivirais para todas as pessoas da comunidade. **(DISTRATOR)**

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Recomendações – Elaboração de Itens

- Manter o paralelismo sintático na apresentação das alternativas: como por exemplo, todas as alternativas começando por verbo ou substantivo;

- Considerar o balanceamento de respostas: quantidade de itens corretos para cada alternativa;

- Redigir, preferencialmente, enunciados e opções na forma afirmativa;

- Evitar: ”assinale a opção correta "ou ”´e correto afirmar que”; em geral, não deixa claro o desafio do problema.

- Não use comando/enunciado do tipo ”Em relação ao Tema XXX, pode-se afirmar que ...”

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Recomendações – Elaboração de Itens

- Utilize comando/enunciado na forma impessoal, não utilizando a primeira pessoa do plural;
- Considerar o tempo disponível para a resposta de cada item: como referencia, utilize o tempo de 4 minutos para um estudante mediano;
- Elaborar itens independentes;
- Não elaborar alternativas com referência à alternativa anterior;
- Levar em consideração se a prova é com ou sem consulta e com ou sem uso de calculadora;

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Recomendações – Elaboração de Itens

- Não dificultar nem facilitar a resposta;
- Não apresentar a alternativa correta bem diferente das demais;
- Evitar o uso no enunciado de termos negativos como: falso, exceto, incorreto, não, errado;
- Não apresentar alternativas longas demais;
- Não incluir erros grosseiros: podem atrair a atenção de estudantes;
- Não tornar falsa uma afirmação apenas pela inclusão da palavra ’não’ ou pelo prefixo ’in’;

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Recomendações – Elaboração de Itens

- Utilize termos impessoais como: “considere-se”, “calcula-se”, “argumenta-se” etc.;
- Não utilize termos como: “falso”, “exceto”, “incorreto”, “não”, “errado”;
- Não utilize termos absolutos como: “sempre”, “nunca”, “todo”, “totalmente”, “absolutamente”, “completamente”, “somente” etc.;
- Não utilize sentenças como: “Pode-se afirmar que”, “´e correto afirmar que” etc.

- Não criar situações para induzir ao erro (’pegadinha’)
- O gabarito não deve ser mais atrativo que os distratares.

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

Teoria Clássica de Testes (TCT)

A **Teoria Clássica dos Testes (TCT)** é uma abordagem da Psicometria que permite analisar os resultados obtidos em testes, considerando a relação entre a pontuação observada, a pontuação verdadeira e o erro de medida.

$$X = T + E$$

X (Escore observado) resultado efetivamente obtido pelo estudante na prova.

T (Escore verdadeiro) valor teórico associado ao desempenho esperado do indivíduo em aplicações equivalentes do teste, sob condições apropriadas.

E (Erro de medida) diferença entre o escore observado e o escore verdadeiro.

De onde surge? Como avaliar? realizar vários testes
E(ERRO) = 0 (considerando que os erros são aleatórios).

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria Clássica de Testes (TCT)

Possíveis Analises

- Estatísticas descritivas dos itens: Proporção de acertos ou erros
- Dificuldade: proporção de respostas corretas em cada item
- Índices (coeficientes) para avaliar a qualidade dos itens
- Discriminação: baseado em proporção de acertos

Dificuldade:

	Dificuldade	Percentual de acerto por alternativa				
ITEM		A	B	C	D	E
1	0,73	0,12	0,05	0,73	0,07	0,03
2	0,15	0,15	0,16	0,30	0,11	0,28
3	0,55	0,02	0,02	0,21	0,20	0,55

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria Clássica de Testes (TCT)

Possíveis Analises

- **Coeficiente alfa de Cronbach**

- O coeficiente alfa de Cronbach ´e utilizado para medir a consistência interna do instrumento de medida

$$\alpha = \frac{n}{n-1}(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2})$$

em que,

n é o número de itens;

$\sum s_i^2$ é a soma das variâncias dos n itens;

s_T^2 é a variância global dos escores dos testes.

Esse coeficiente varia de 0 a 1. Quanto mais próximo de 0 menor a consistência e quanto mais próximo de 1 maior a consistência do teste. Em geral, valores acima de 0,7 são considerados satisfatórios

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

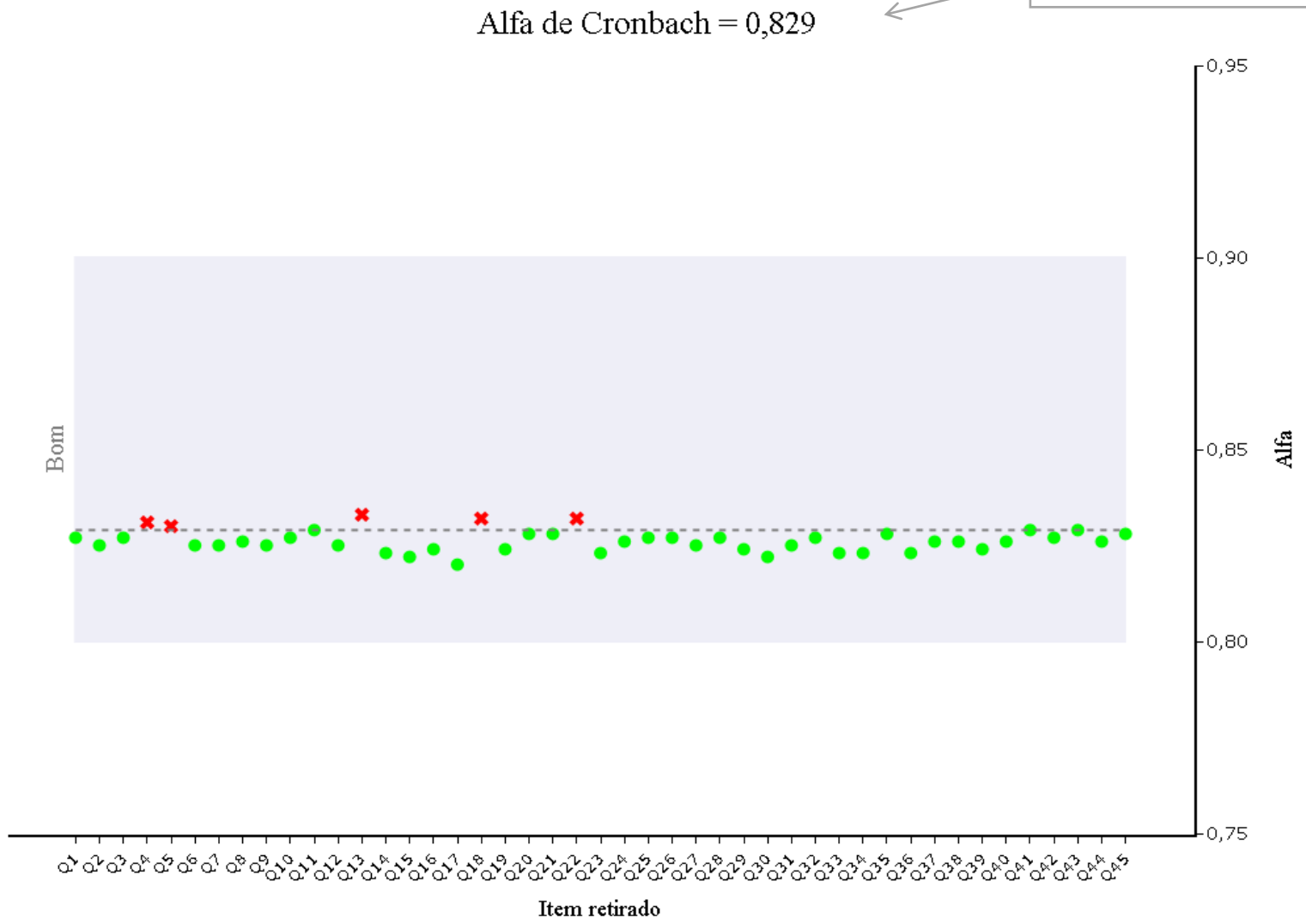
SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Prefeitura de
CURITIBA

Exemplo: Alfa de Cronbach

Consistência interna



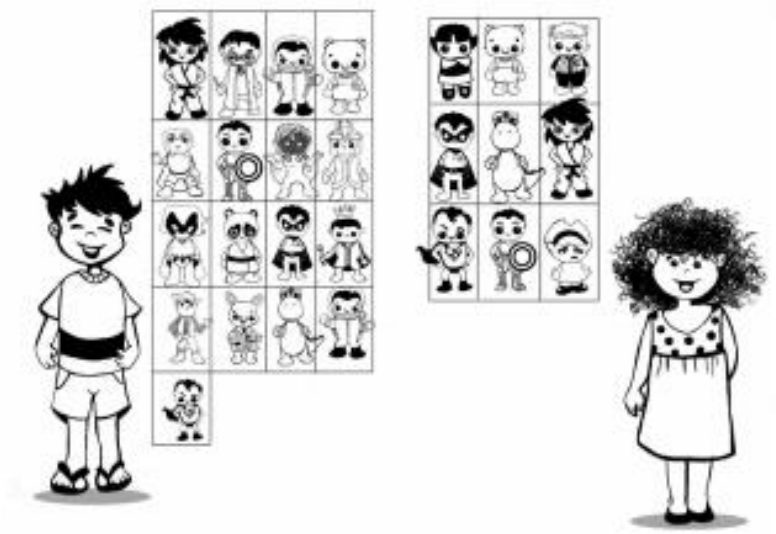
Teoria Clássica de Testes (TCT)

- **Índice de Dificuldade** – Proporção de respostas corretas em cada item;
- **Índice de Discriminação** – É a diferença entre a proporção de acertos dos participantes com maior habilidade (27% dos respondentes com pontuações mais altas) daqueles com menor habilidade (27% dos respondentes com pontuações mais baixas);
- **Coeficiente Ponto-bisserial** – É a correlação de Pearson entre o desempenho no item dicotomizado, certo ou errado, e o desempenho no teste (em geral o Escore);
- **Coeficiente Bisserial** – É uma transformação no coeficiente Ponto-bisserial.

Teoria Clássica de Testes (TCT)

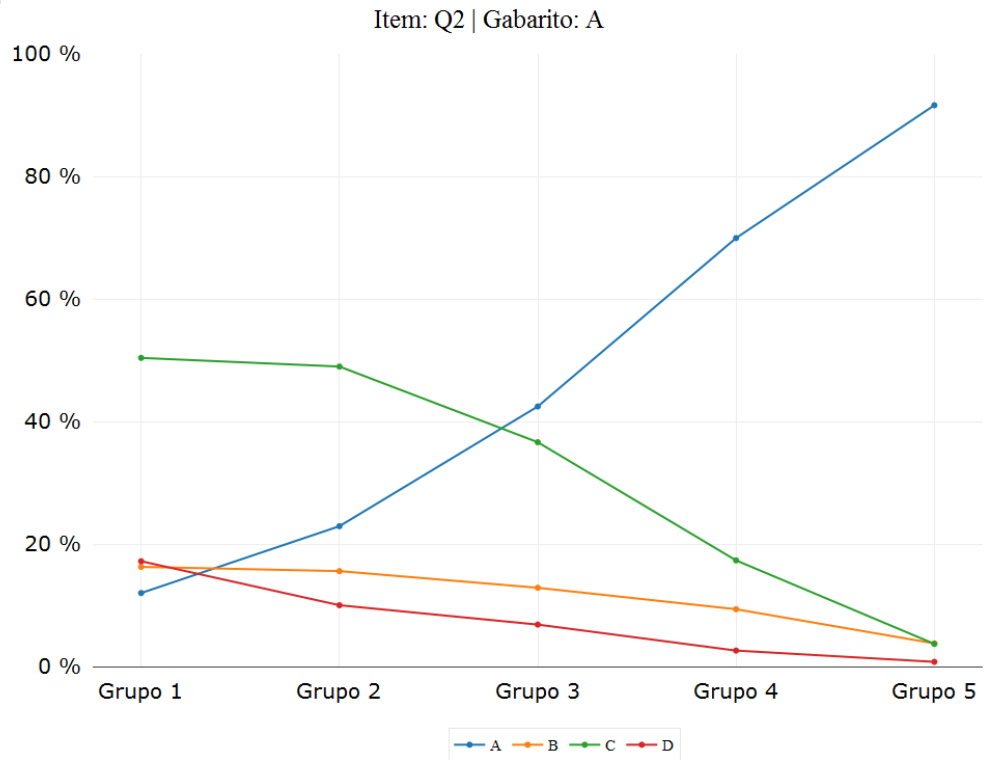
Exemplo Prova Curitiba 2019 – 2º ano (Matemática)

2. KAMILA E GUSTAVO COLECIONAM BONECOS.



KAMILA QUER FICAR COM A MESMA QUANTIDADE DE BONECOS DE GUSTAVO. QUANTOS ELA AINDA PRECISA?

A) ( ) 8
B) ( ) 9
C) ( ) 17
D) ( ) 26



Gabarito	Alternativas	Freq	Dif	Lower_27	Upper_27	Disc	Bis
->	A	6.458	42,2%	22,7%	65,4%	0,427	0,464
	B	1.890	12,4%	14,3%	9,6%	-0,047	-0,094
	C	5.318	34,8%	44,3%	20,6%	-0,237	-0,258
	D	1.319	8,6%	15,1%	3,5%	-0,116	-0,326
	Others	309	2,0%				

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria Clássica de Testes (TCT)

Exemplo Prova Curitiba 2019 – 2º ano (Matemática)

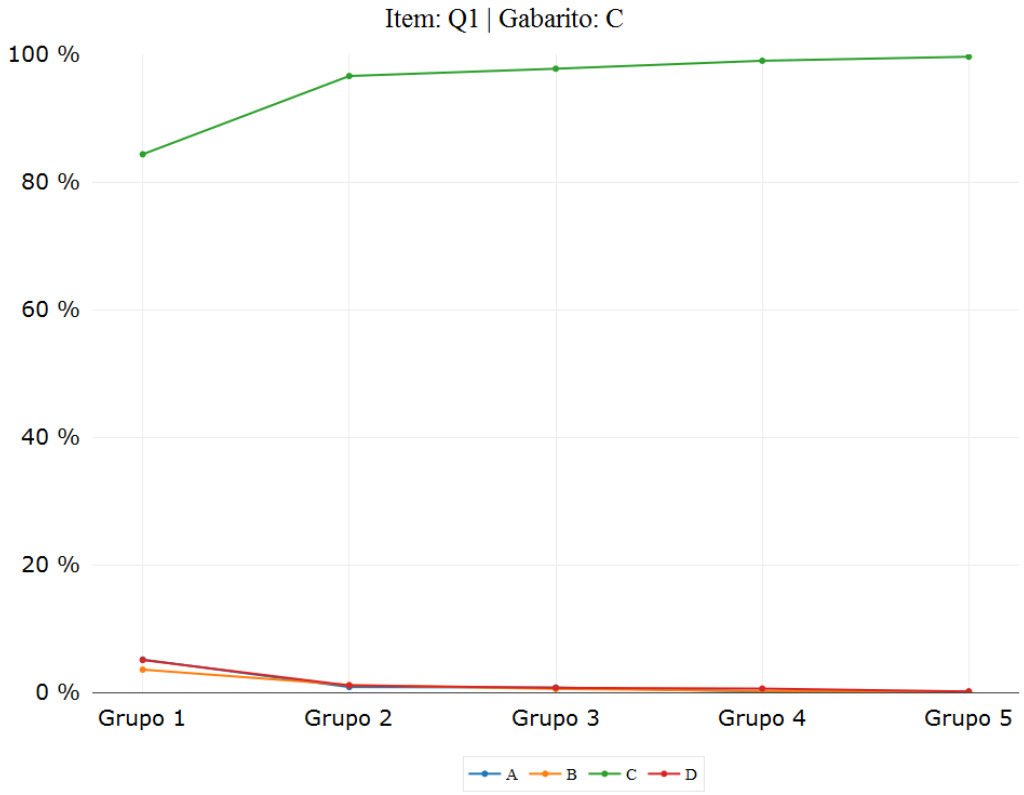
1. MARIANA E JULIANA COLOCARAM ÁGUA EM QUATRO COPOS. OBSERVE:



ASSINALE A ALTERNATIVA QUE RESPONDE À PERGUNTA DE MARIANA.

A) ( ) COPO 1
B) ( ) COPO 2
C) ( ) COPO 3
D) ( ) COPO 4

Exemplo de Item Fácil

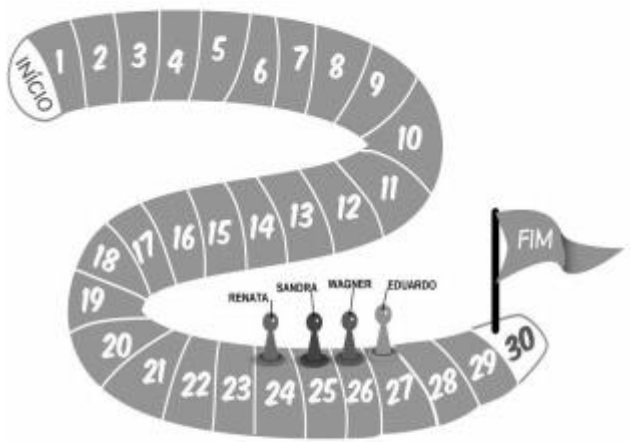


SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria Clássica de Testes (TCT)

Exemplo Prova Curitiba 2019 – 2º ano (Matemática)

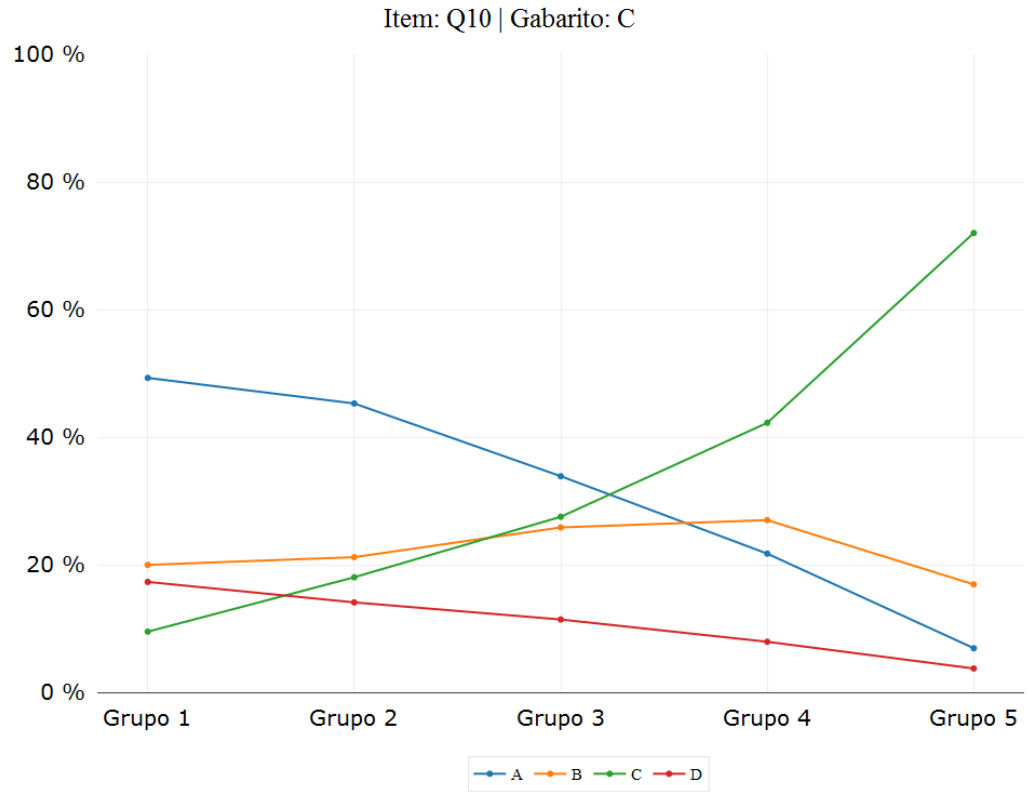
10. QUATRO AMIGOS ESTÃO BRINCANDO COM O JOGO DE PERCURSO. OBSERVE A LOCALIZAÇÃO DE CADA UM DOS AMIGOS, REPRESENTADOS PELOS PINOS.



AO LANÇAR O DADO, QUAL DOS AMIGOS PRECISA TIRAR EXATAMENTE O NÚMERO 5 PARA CHEGAR AO 30, OU SEJA, NO FINAL DA TRILHA?

A) ( ) EDUARDO
B) ( ) WAGNER
C) ( ) SANDRA
D) ( ) RENATA

Exemplo de Item Difícil



SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria Clássica de Testes (TCT)

A TCT analisa o desempenho observado nos testes e considera que esse resultado contém uma parcela associada ao escore verdadeiro e outra relacionada ao erro de medida.

Se dois estudantes obtêm a mesma nota, mas acertam questões diferentes, como podemos investigar suas proficiências considerando as características de cada item?

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Prefeitura de
CURITIBA

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

	Fácil	Fácil	Fácil	Fácil	Médio	Médio	Difícil	Difícil	Difícil	Difícil
	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10
• Estudante A	CERTO	CERTO	CERTO	X	CERTO	X	X	X	X	X
• Estudante B	X	X	CERTO	X	CERTO	X	CERTO	X	CERTO	X

TCT

- Estudante A: 4 acertos
- Estudante B: 4 acertos

Score Estudante A = Score Estudante B

E na TRI?

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

TCT x TRI

- O estudante possui determinada habilidade.
- É submetido a um conjunto de itens.
- Responde aos itens.
- As respostas são analisadas por um modelo estatístico.
- O modelo estima sua habilidade.

TCT	TRI
Ênfase no escore total	Ênfase nas respostas aos itens
Análise centrada no teste	Análise centrada no item e no indivíduo
Dificuldade associada à proporção de acertos	Dificuldade estimada pelo modelo
Comparabilidade depende da equivalência dos testes	Permite colocar resultados em uma escala comum, mediante calibração e pressupostos adequados
Erro de medida geralmente associado ao teste	Erro de medida pode variar conforme a proficiência

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Prefeitura de
CURITIBA

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

- É um conjunto de modelos estatísticos utilizados para analisar a relação entre as respostas dos indivíduos aos itens de um teste e uma característica latente, como a proficiência em Matemática ou em Língua Portuguesa.

Pressupostos da TRI

- **Unidimensionalidade** - existência de uma dimensão dominante de habilidade sendo medida.
- **Independência local** - condicionadas à habilidade, as respostas aos itens são independentes.
- **Monotonicidade** - em geral, quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de apresentar uma resposta correta.

Qual a probabilidade de um indivíduo responder a determinado item de acordo com sua proficiência e com as características do próprio item ?

Elemento	Distribuição/função
Probabilidade de resposta ao item	Função logística
Distribuição da habilidade latente	Normal padrão

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelos da TRI

Dados dicotômicos

1PL (Rasch)

2PL

3PL

4PL

Dados politômicos

GRM Modelo de Resposta Graduada

PCM Modelo de Crédito Parcial

GPCM Modelo de Crédito Parcial Generalizado

RSM Modelo de Escala Gradual

NRM Modelo de Resposta Nominal

Dados contínuos

Modelos de resposta contínua

Dimensionalidade

Unidimensionais

Multidimensionais

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelo Logístico de 1 Parâmetro (1PL ou Modelo de Rasch)

- Considera apenas o parâmetro de dificuldade do item (b).
- Assume que todos os itens possuem o mesmo poder de discriminação.
- É utilizado quando se busca uma escala mais simples e comparável entre indivíduos.

$$P(x_j = 1|\theta, b_i) = \frac{e^{(\theta - b_j)}}{1 + e^{(\theta - b_i)}}$$

b: e o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i, medido na mesma escala de habilidade;

Exemplo

- Escalas de qualidade de vida em saúde, organizando sintomas do mais fácil ao mais difícil de serem apresentados
- Instrumentos de triagem clínica, como escalas de presença/ausência de sintomas

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelo de Resposta ao Item de 2 Parâmetros (2PL)

- Este modelo estende o Modelo de 1 Parâmetro ao adicionar um segundo parâmetro, chamado de discriminação. Ele permite que os itens tenham diferentes níveis de discriminação, ou seja, a capacidade de distinguir entre participantes com diferentes níveis de habilidade.
- Os parâmetros incluem a dificuldade do item (b) e a discriminação do item (a).

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i) = \frac{e^{a_i(\theta_j - b_i)}}{1 + e^{a_i(\theta_j - b_i)}}$$

Exemplo

- Testes psicológicos de personalidade, avaliando quais itens melhor diferenciam níveis de determinado traço psicológico
- Escalas de ansiedade, depressão ou estresse, identificando itens mais informativos para diferentes níveis do sintoma
- Pesquisas de satisfação de clientes, analisando quais perguntas melhor distinguem consumidores satisfeitos e insatisfeitos

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelo de Resposta ao Item de 3 Parâmetros (3PL):

- O Modelo de 3 Parâmetros é uma extensão do Modelo de 2 Parâmetros e acrescenta um terceiro parâmetro, chamado de efeito do chute (c). O acerto casual (chute) modela a probabilidade de um participante responder corretamente a um item, mesmo que ele não tenha a habilidade necessária para fazê-lo

- Os parâmetros incluem a dificuldade do item (b), a discriminação do item (a) e o efeito do chute (c).

$$P(X=1|\theta,a,b,c)=c+(1-c)\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}}$$

a_i : Parâmetro de discriminação do Item

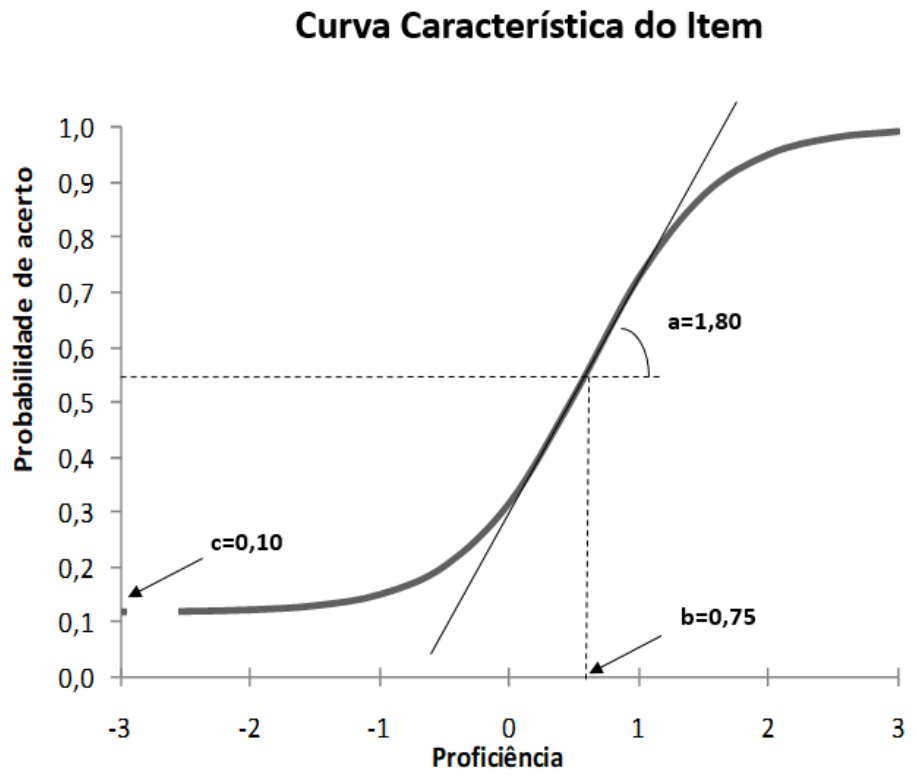
b_i : Parâmetro de dificuldade (localização na régua) -> Na mesma escala da Proficiência

c_i : Parâmetro de acerto casual

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelo de Resposta ao Item de 3 Parâmetros (3PL):



Parâmetro de discriminação (a)

- ✓ Representa a capacidade do item de diferenciar indivíduos com habilidades próximas.
- ✓ Valores mais elevados indicam maior inclinação da curva na região de dificuldade.
- ✓ Valores baixos indicam menor capacidade de diferenciação nessa região.

Parâmetro de dificuldade (b)

- ✓ Indica a posição do item na escala de habilidade.
- ✓ Quanto maior o valor de b, maior a habilidade necessária para alcançar determinada probabilidade de acerto.

Parâmetro de acerto casual (c)

- ✓ Representa a probabilidade mínima de acerto no modelo 3PL.
- ✓ Está associado à possibilidade de acertar sem dominar o conteúdo.

Parâmetro de habilidade (θ)

- ✓ Representa a posição do indivíduo na escala da característica latente.
- ✓ Valores negativos: habilidade abaixo do ponto de referência.
- ✓ Valor zero: habilidade no ponto de referência.
- ✓ Valores positivos: habilidade acima do ponto de referência.

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

Prefeitura de
CURITIBA

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Métodos de estimação dos parâmetros na Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Dos parâmetros dos itens

Método	Sigla	Característica
Máxima Verossimilhança Conjunta	JML	Estima simultaneamente os parâmetros dos itens e as habilidades.
Máxima Verossimilhança Marginal	MML	Estima os parâmetros dos itens integrando a distribuição das habilidades.
Máxima Verossimilhança Condicional	CML	Elimina o parâmetro de habilidade por condicionamento.
Estimação Bayesiana	Bayes	Utiliza distribuições a priori para estimar os parâmetros.

Pacote MIRT = Máxima Verossimilhança Marginal (MML), utilizando o algoritmo EM (Expectation-Maximization).

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Métodos de estimação dos parâmetros na Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Das habilidades dos indivíduos

Método	Nome	Característica
MLE	Máxima Verossimilhança	Encontra a habilidade que maximiza a probabilidade das respostas observadas.
MAP	Máxima a Posteriori	Encontra a habilidade que maximiza a distribuição a posteriori.
EAP	Esperança a Posteriori	Calcula a média da distribuição a posteriori da habilidade.
WLE	Weighted Likelihood Estimation	Utiliza uma verossimilhança ponderada para reduzir determinados vieses da estimação.

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

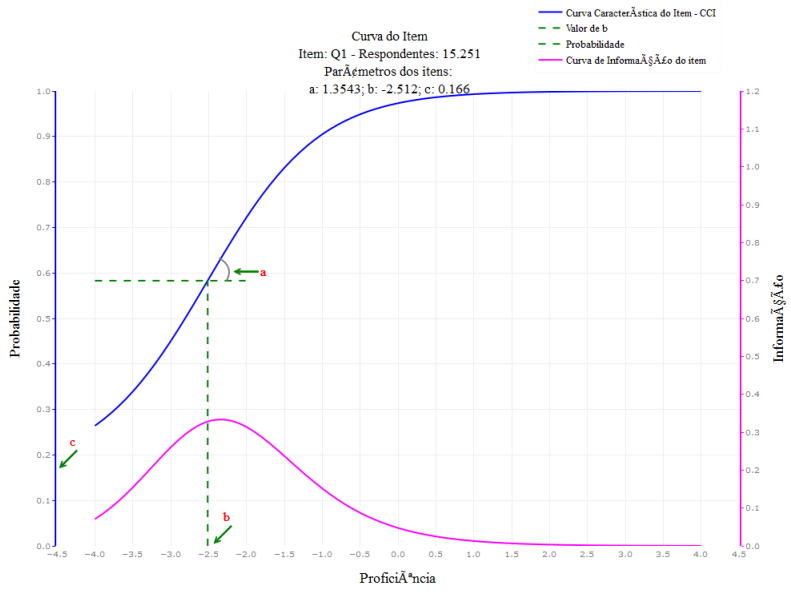
SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Curva Característica do Item

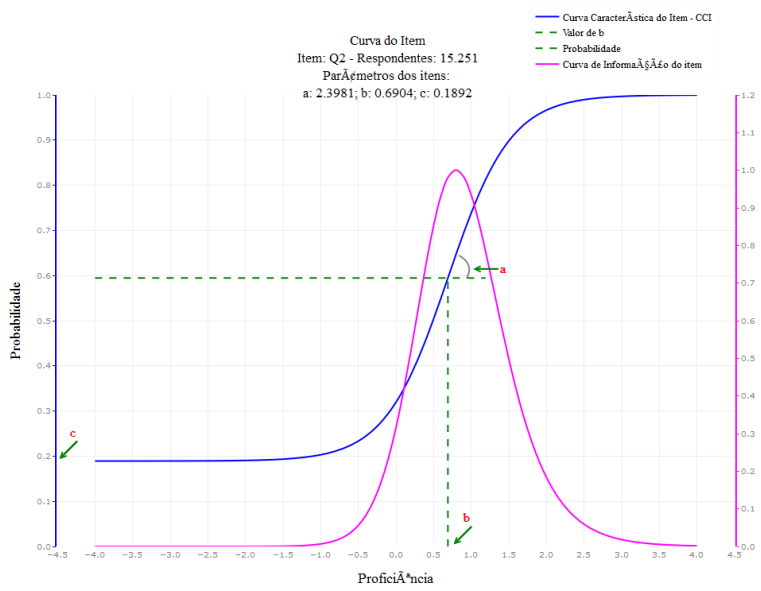
I-1

a= 1,35 | **b=-2,51** | c= 0,16



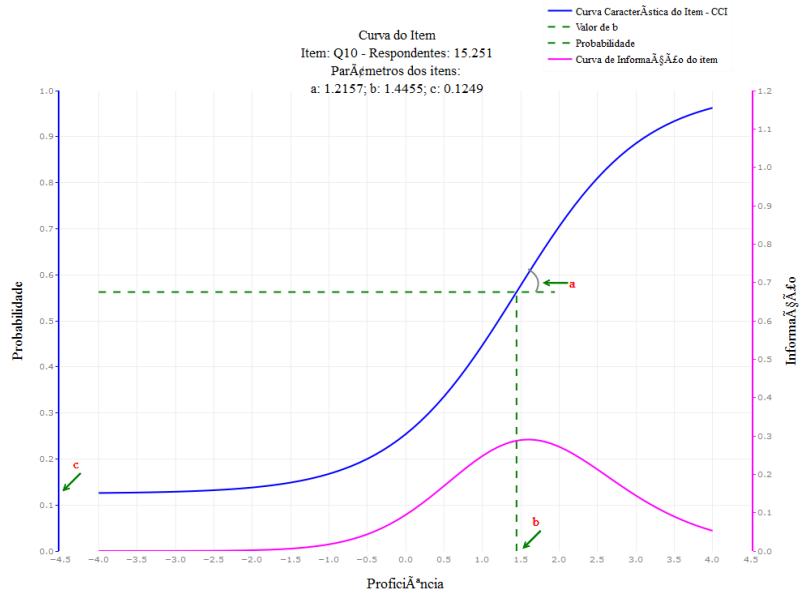
I-2

a= 2,39 | **b= 0,69** | c= 0,19



I-10

a= 1,22| **b= 1,44** | c= 0,13



Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelo de Resposta ao Item de 3 Parâmetros (3PL):

Critérios para Eliminação de Itens

- a = Parâmetro de discriminação do Item: **a < 0,55**
- b =Parâmetro de dificuldade (localização na régua): **b>4,5 ou b<-4,5**
- c = Parâmetro de acerto casual: **c >0,45**

	a	EP(a)	b	EP(b)	c	EP(c)
Q1	1,3543	0,0703	-2,5120	0,1118	0,1660	0,0563
Q2	2,3981	0,1534	0,6904	0,0253	0,1892	0,0102
Q3	1,1587	0,0630	-0,3669	0,0979	0,1529	0,0387
Q4	1,2377	0,0674	-0,2122	0,0840	0,1450	0,0342
Q5	2,6145	0,1742	0,6370	0,0250	0,2101	0,0102
Q6	1,3195	0,0714	0,0095	0,0671	0,1364	0,0278
Q7	1,2757	0,0548	-1,9800	0,0868	0,1341	0,0434
Q8	0,9017	0,0671	-0,4820	0,1917	0,2200	0,0594
Q9	2,1791	0,1344	0,4438	0,0327	0,2338	0,0137
Q10	1,2157	0,1012	1,4455	0,0443	0,1249	0,0145

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA MUNICIPAL
DA EDUCAÇÃO

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

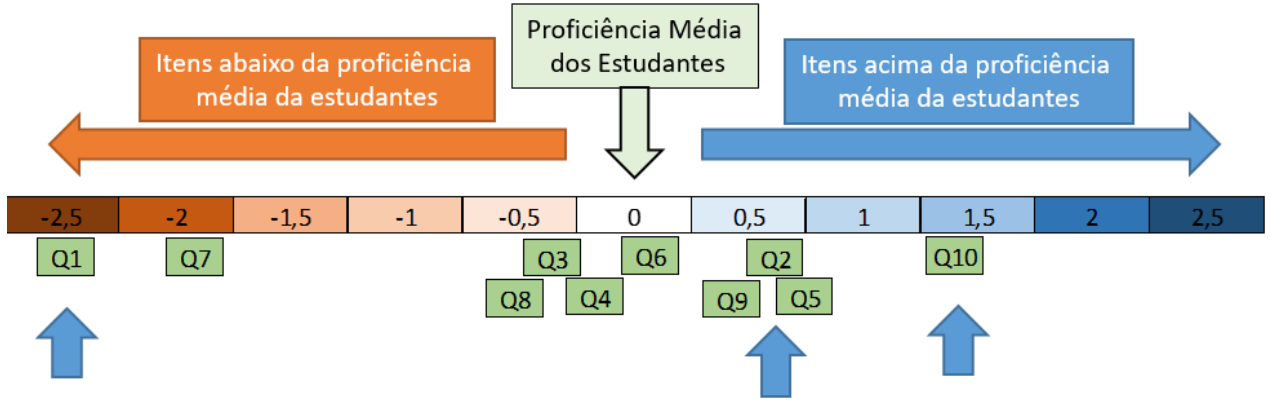
Prefeitura de
CURITIBA

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Modelo de Resposta ao Item de 3 Parâmetros (3PL):

$$P(X=1\mid\theta,a,b,c)=c+(1-c)\frac{1}{1+e^{-a(\theta-b)}}$$

- parâmetro de dificuldade b do item e a proficiência (θ) estimada do estudante estão na mesma escala.



05 itens abaixo da proficiência média dos estudantes
05 itens acima da proficiência média dos estudantes

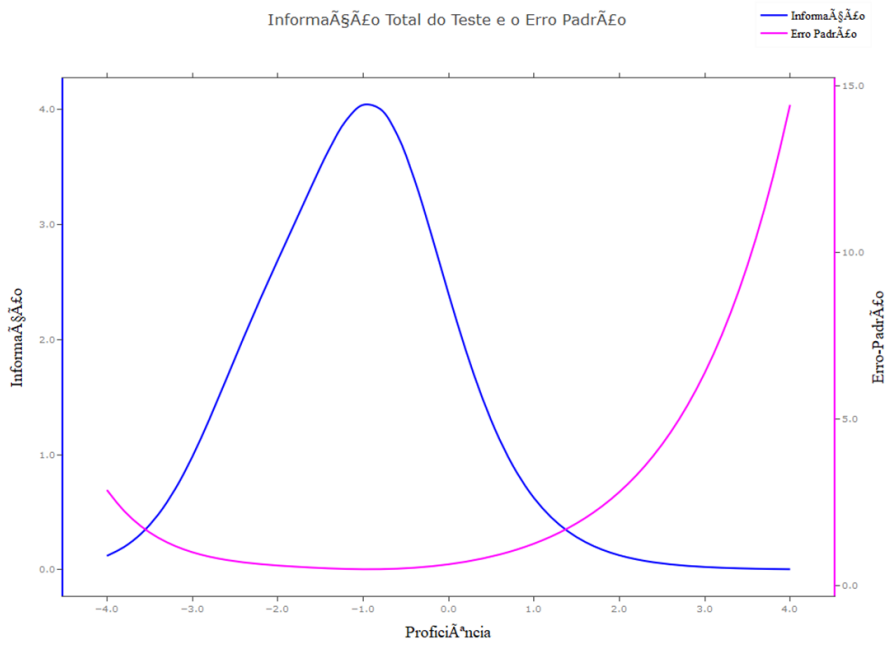
Exemplo

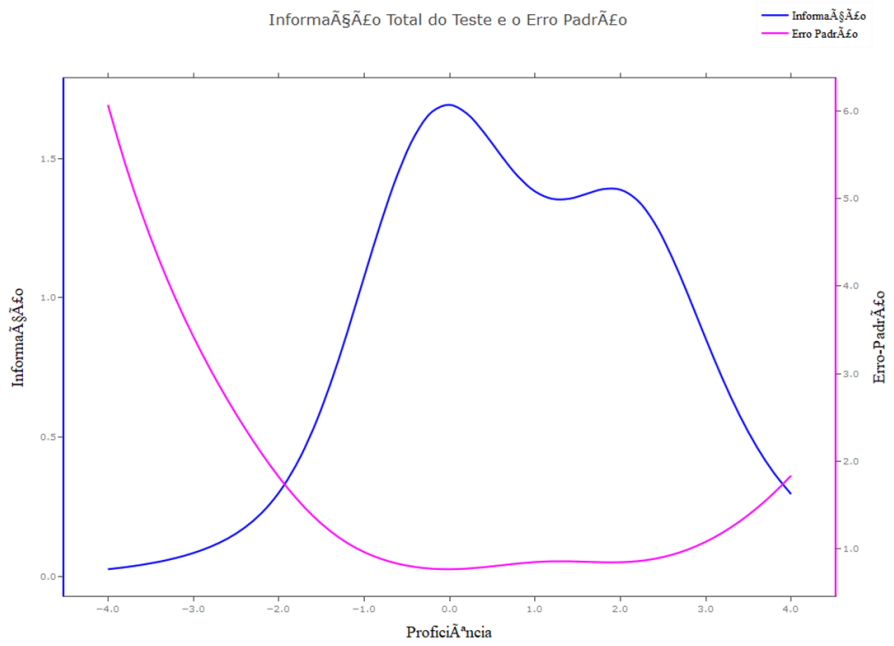
Item 6 = supondo que tem b= 0,7
Estudante 1 = Proficiência igual 1,15
Estudante 2 = Proficiência igual 0,42

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Informação do Teste





- A informação do teste resulta da contribuição dos itens, sob independência local.
- Onde há mais informação, o erro-padrão da estimativa tende a ser menor.

Erro-padrão da estimativa da habilidade

$$EP(\theta) = \frac{1}{\sqrt{I(\theta)}}$$

SECRETAR
SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Exemplo no R

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Item	Parâmetro A	Parâmetro B	Parâmetro C
1	0,5	-1,0	0,18
2	1,5	0,0	0,22
3	2,0	1,0	0,24

a) Qual item está localizado na região de menor proficiência?
b) Qual item apresenta maior discriminação?
c) O que significa o parâmetro C nesse exemplo?
d) Qual item tende a exigir maior proficiência para alcançar uma mesma probabilidade de acerto, mantidos os demais parâmetros constantes?

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

1 - Uma equipe técnica está analisando os itens de uma avaliação educacional e encontrou os seguintes resultados:

- Item 1: baixa discriminação.
- Item 2: dificuldade muito elevada.
- Item 3: elevado parâmetro de acerto casual.
- Item 4: alta discriminação e dificuldade intermediária.

Responda:

a) Qual item merece atenção por apresentar baixa capacidade de diferenciação entre estudantes?

b) Qual item pode ser pouco adequado para avaliar estudantes de baixa proficiência?

c) Por que um parâmetro de acerto casual elevado pode ser motivo de investigação?

d) O item 4 pode ser considerado automaticamente perfeito? Justifique.

e) Por que é importante analisar o conteúdo e a qualidade pedagógica dos itens, além dos parâmetros estatísticos?

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

2 - Cálculo da probabilidade de acerto no modelo logístico de três parâmetros
Considere a seguinte função característica do item:

$$P(\theta) = c + \frac{1 - c}{1 + e^{-a(\theta - b)}}$$

$$a = 1, \quad b = 0, \quad c = 0,20$$

Estudante A = -2,0
Estudante B = 0
Estudante C = 2,0

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

2 - Cálculo da probabilidade de acerto no modelo logístico de três parâmetros

Estudante A: $\theta = -2$

$$P(-2) = 0,20 + \frac{0,80}{1 + e^{2}}$$

$$P(-2) \approx 0,2954$$

Estudante B: $\theta = 0$

$$P(0) = 0,20 + \frac{0,80}{1 + e^{0}}$$

$$P(0) = 0,60$$

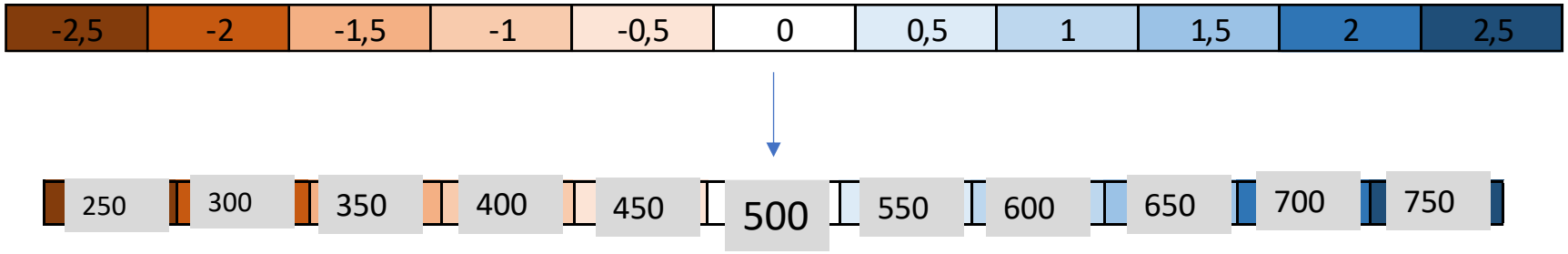
Estudante C: $\theta = 2$

$$P(2) = 0,20 + \frac{0,80}{1 + e^{-2}}$$

$$P(2) \approx 0,9046$$

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Transformação da Escala



Transformação Linear

$$\theta^* = A\theta + B$$

Para transformar de $N(0,1)$ para média 500 e desvio-padrão 100:

$$A = 100 \quad \text{e} \quad B = 500$$

$$\theta^* = 100\theta + 500$$

- θ: proficiência na escala original;
- θ^*: proficiência na nova escala;
- A: fator de multiplicação (mudança de unidade);
- B: constante de deslocamento (mudança de origem).

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO
DA EDUCAÇAO
UFPR UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Prefeitura de CURITIBA

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Quando fazemos a transformação:

$$\theta^* = A\theta + B$$

Os parâmetros passam a ser:

$$\boxed{a^* = \frac{a}{A}}$$

$$\boxed{b^* = Ab + B}$$

$$\boxed{c^* = c}$$

SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Prefeitura de
CURITIBA